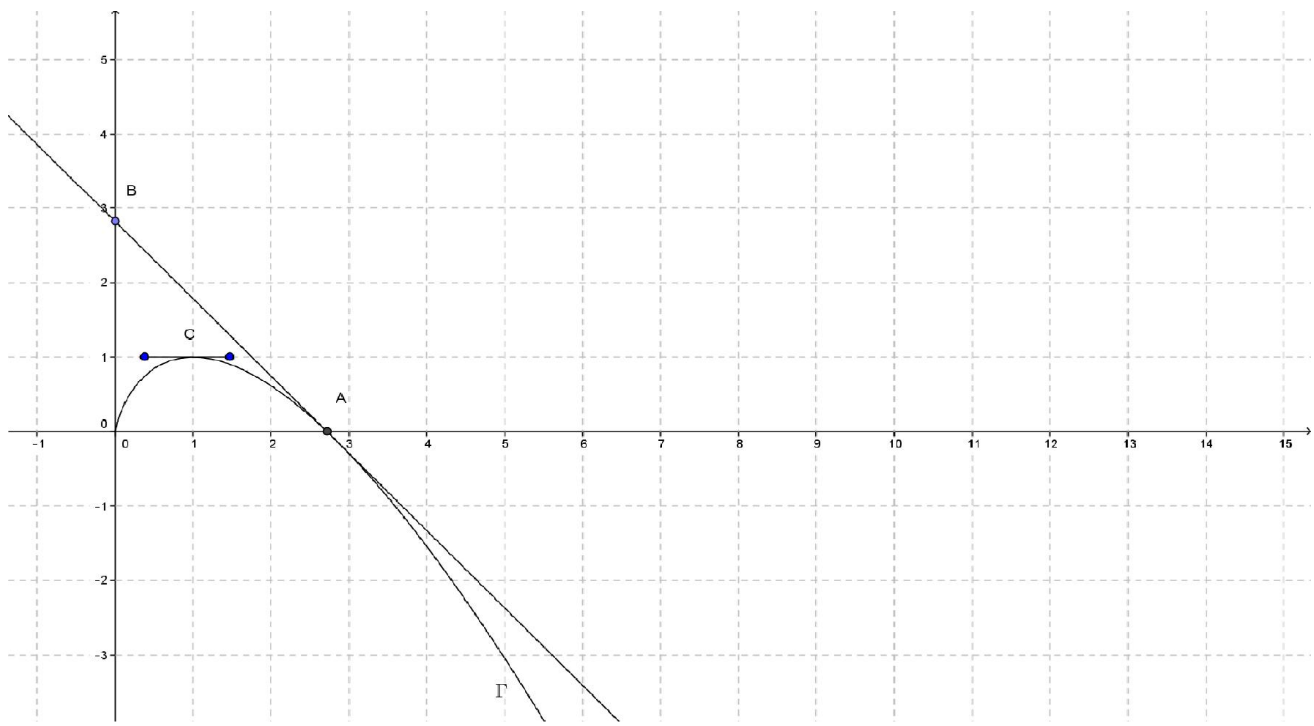
Exercice 1

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $[0,+\infty[$ et dérivable sur $]0,+\infty[$

- La courbe (Γ) passe par les points O et A(e,0)
- La courbe (Γ) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1
- La courbe (Γ) admet une branche parabolique de direction (o , j)
- La tangente a (Γ) au point A passe par le point B (0,e)

1) Par une lecture graphique :
   a/ Calculer f'(1) , f(e) et f'(e) .
   b/ Déterminer $\lim_{+\infty} f(x)$ et $\underset{+\infty}{Lim} \frac{f(x)}{x}$
2) On suppose que f(x) = - xLnx + x
   a/Dresser le tableau de variation de f
   b/ Justifier que la restriction g de f a l'intervalle $[1,+\infty[$ admet une fonction réciproque g^{-1}
   c/ construuire dans le même repère (C_g) et ($C_{g^{-1}}$)
3) Soit $\mathcal{A}$ le domaine du plan limité par les deux axes et les courbes (C_g) et ($C_{g^{-1}}$)
   a/ Hachurer $\mathcal{A}$
   b/ Montrer à l'aide d'une intégration par parties que $\int_1^e x(1-Lnx)dx = \frac{1}{4}(e^2 - 3)$
   c/ En déduire l'aire de $\mathcal{A}$



Exercice 2

I/ Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = x^2 - 2\ln x$
   a/ calculer la limite de g en (0^+) et en($+\infty$)
   b/ dresser le tableau de variation de g, puis en déduire le signe de g.

II/ Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2+2+2\ln x}{x}$

1) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
2) Dresser le tableau de variation de f
3) Montrer que la droite (D) d'équation : y = x est une asymptote au voisinage de $+\infty$
4) En déduire la position de (D) et la courbe (Cf) de f
5) Déterminer un point de la courbe (C) où la tangente est parallèle a la droite D.
6) Tracer dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$: (D), (T) et (Cf).
7) Calculer l'aire de la partie du plan limité par (C) , la droite D et les droites d'equations respectives : $x = \frac{1}{e}$ et $x = e$