

Devoir de contrôle N°3

L.S :02/03/34

Goubellat

Date : 17/04/2015

Classe : 4^{ème} année

Prof : Hamdi

Section : Sciences Expérimentales**Epreuve : Mathématiques****Durée : 2h****Coefficient : 3****EXERCICE N° 1 (3 Pts)**

Indiquer la réponse exacte

1 °) Le volume du solide de révolution engendré par la rotation de

$$C = \left\{ M(x, y) \text{ tels que } y = \cos x \text{ et } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right\}$$
 autour de l'axe (X X') est

$$a^{\circ}) \frac{\pi^2}{4} \quad ; \quad b^{\circ}) \frac{\pi}{3} \quad ; \quad c^{\circ}) \frac{\pi}{4}$$

2 °) f une fonction dérivable sur [a , b] et sa fonction dérivée f ' est continue sur [a , b]

alors on a $\int_a^b f'(3x) dx$ est :

$$a^{\circ}) [3f(3x)]_a^b \quad ; \quad b^{\circ}) \left[\frac{1}{3} f(3x) \right]_a^b \quad ; \quad c^{\circ}) [f(3x)]_a^b$$

3 °) Soit l'équation différentielle (E) : Y' = 3Y + 3. Une solution f de (E) que s'annule en zéro est

a°) $f(x) = e^{3x} - 1$

b°) $f(x) = e^{3x} + 1$

c°) $f(x) = e^{2x} - 1$

4 °) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{4} \right)^{x^2 + 1} = L$ alors on a :

a°) $L = 0$

b°) $L = +\infty$

c°) $L = -\infty$

EXERCICE N° 2 (5.5 Pts)

Dans l'espace E muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ on considère les points A(3,2,6) ; B(1,2,4) et C(4,-2,5)

1 °) a °) Déterminer $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$

b °) En déduire que les points A ; B et C ne sont pas alignés

c °) Calculer le volume de tétraèdre OABC

2 °) Soit H le projeté orthogonale du point O sur le plan (ABC)

Montrer que $OH = \frac{4}{3}$

3 °) Soit S la sphère de centre O et passant par A

a °) Justifier que l'intersection de S avec le plan (ABC) est un cercle ξ de centre Hb °) Calculer le rayon du cercle ξ **EXERCICE N° 3 (5.5 Pts)**On considère la fonction F définie sur $[0, \pi]$ par : $F(x) = \int_0^{3\cos x} \sqrt{9-t^2} dt$

1 °) Montrer que F est dérivable sur $[0, \pi]$ et que

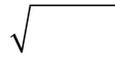
$$F'(x) = -9 \sin^2 x \text{ pour tout } x \text{ de } [0, \pi]$$

2 °) Calculer $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$

3 °) En déduire que $F(x) = -\frac{9}{2}x + \frac{9}{4}\sin 2x + \frac{9\pi}{4}$

4 °) Calculer $\int_0^3 \sqrt{9-t^2} dt$

5 °) Dresser le tableau de variation de F



EXERCICE N° 4 (6 Pts)

Soit f la fonction définie sur $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ par $f(x) = (\text{Log}(x))^3 - 3\text{Log}(x)$

1 °) a °) Montrer que $f'(x) = \frac{3}{x} \left((\text{Log}(x))^2 - 1 \right)$

b °) Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{I}, \vec{J})

2 °) a °) Montrer que f réalise une bijection de $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ sur $[-2, 2]$

b °) Tracer la courbe de f^{-1}

3 °) Soit la suite (a_n) définie par $a_n = \int_1^e (\text{Log}(x))^n dx$

a °) Calculer a_1

b °) Montrer à l'aide d'une intégration par parties que pour tout $n \geq 1$; $a_{n+1} = e^{-(n+1)} a_n$

c °) En déduire que $a_3 = 6 - 2e$

4 °) Soit A l'aire de la partie limitée par la courbe de f^{-1} et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 0$

a °) Calculer $\int_1^e f(x) dx$

b °) En déduire A

BONNE CHANCE