EXERCICE 1

Dans l'espace, on considère un tétraèdre $ABCD$ dont les faces ABC, ACD et ABD sont des triangles rectangles et isocèles en A. On désigne par E, F et G les milieux respectifs des côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[CA]$.

On choisit AB pour unité de longueur et on se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AD}\right)$ de l'espace.

1. On désigne par $\mathcal{P}$ le plan qui passe par A et qui est orthogonal à la droite (DF).
On note H le point d'intersection du plan $\mathcal{P}$ et de la droite (DF).
   a. Donner les coordonnées des points D et F.
   b. Donner une représentation paramétrique de la droite (DF).
   c. Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$.
   d. Calculer les coordonnées du point H.
   e. Démontrer que l'angle $\widehat{EHG}$ est un angle droit.
2. On désigne par M un point de la droite (DF) et par t le réel tel que $\overrightarrow{DM} = t\cdot\overrightarrow{DF}$.
On note α la mesure en radians de l'angle géométrique $\widehat{EMG}$.
Le but de cette question est de déterminer la position du point M pour que α soit maximale.
   a. Démontrer que : $ME^2 = \dfrac{3}{2}\cdot t^2 - \dfrac{5}{2}\cdot t + \dfrac{5}{4}$
   b. Démontrer que le triangle MEG est isocèle en M.
   En déduire que : $ME\cdot\sin\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{1}{2\cdot\sqrt{2}}$.
   c. Justifier que α est maximale si, et seulement si, $\sin\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)$ est maximal.
   En déduire que α est maximale si, et seulement si, ME^2 est minimal.
   d. Conclure.

Exercice 2

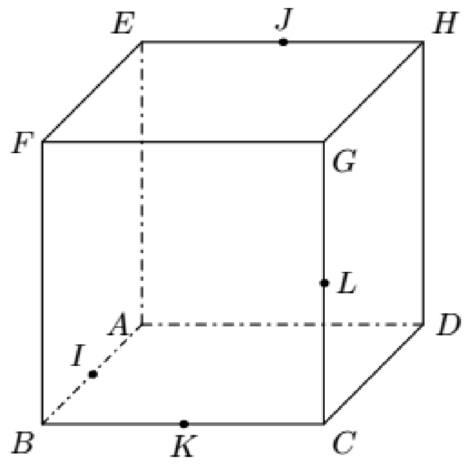
M. 97090496

www.devoirat.net 2016

$ABCDEFGH$ est un cube.

I est le milieu du segment $[AB]$, J est le milieu du segment $[EH]$, K est le milieu du segment $[BC]$ et L est le milieu du segment $[CG]$.

On munit l'espace du repère orthonormé $\left(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}\,;\overrightarrow{AE}\right)$.



1. a. Démontrer que la droite (FD) est orthogonale au plan (IJK).

   b. En déduire une équation cartésienne du plan (IJK).

2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD).

3. Soit M le point d'intersection de la droite (FD) et du plan (IJK). Déterminer les coordonnées du point M.

4. Déterminer la nature du triangle IJK et calculer son aire.

5. Calculer le volume du tétraèdre $FIJK$.

6. Les droites (IJ) et (KL) sont-elles sécantes ?

Med M

www.devoirat.net 2016