Afli Ahmed **L. Ibn Khaldoun Jammel**	**Série d'exercices n° : 01** Nombres complexes	2016 / 2017 BAC Sc.exp

Exercice 1 : QCM

Cocher la réponse exacte (il y en a une seule)

1) La forme exponentielle de -2(cos($\frac{\pi}{4}$) + sin($\frac{\pi}{4}$)) est :

$2e^{i\frac{5\pi}{4}}$; $-2e^{i\frac{\pi}{4}}$; $2e^{-i\frac{\pi}{4}}$

2) Soit z = sin($\frac{\theta}{2}$)(cos($\frac{\theta}{2}$) + i sin($\frac{\theta}{2}$)) , $\theta \epsilon]-\pi ; 0[$

$|z|$ = sin($\frac{\theta}{2}$) ; $|z|$ = - sin($\frac{\theta}{2}$) ; $|z|$ = 1

3) une solution de l'équation $2z + \bar{z} = 9 + i$ est :

a) 3 b) i c) 3 + i

4) soit z un complexe , $|z+i|$ est égale a

a) $|z|$ + 1 b) $|z-1|$ c) $|iz-1|$

5) soit z un complexe d'argument x alors un argument de $\frac{-1+i\sqrt{3}}{\bar{z}}$ est

a) $-\frac{\pi}{3}$ + x b) $\frac{2\pi}{3}$ + x c) $\frac{2\pi}{3}$ - x

6) la forme exponentielle de $z = \sqrt{2}\, i - e^{i\frac{\pi}{4}}$

a) $e^{-i\frac{\pi}{4}}$ b) $\sqrt{2}\, e^{i\frac{3\pi}{4}}$ c) $\sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$

Exercice 2 :

Soient dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O ;\vec{u},\vec{v})$ les points A,B et C d'affixes respectifs : $Z_A = 2$; $Z_B = i$ et $Z_C = 1+3i$.

1) a. Placer les points A,B et C

b. Soit $Z = \frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}$. Ecrire Z sous forme algébrique.

c. Calculer le module et un argument de Z.

d. Déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.

e. En déduire que ABC est un triangle isocèle et rectangle en B.

2) A tout point M(z) du plan, distinct de A, on associe le point M'(z') tel que $z' = \frac{iz}{z-2}$

a. Montrer que $|z'| = \frac{OM}{AM}$
b. Montrer que :si M appartient à la médiatrice du segment [OA] alors M' appartient à un cercle qu'on déterminera le centre et le rayon
c. Montrer que :(z'-i)(z-2) = 2i
d. En déduire que : BM'.AM = 2
e. En déduire que : si M appartient à un cercle de centre A et de rayon 2 alors M' appartient à un cercle à déterminer le centre et le rayon.

Exercice 3 :

Le plan complexe est rapporté à un RON direct (O ;$\vec{u}, \vec{v}$)

A,B,C et D les points d'affixes respectives : -2i ; 4-2i ; 4+2i et 1

1) a- Placer les points A,B,C et D.

 b- Montrer que le triangle ABC est rectangle isocèle.

2) On considère z' = $\frac{z-(4+2i)}{z+2i}$; avec z≠-2i et les points M(z) et M'(z')

 a- Montrer que $|z'| = \frac{MC}{MA}$.

 b- Déterminer et construire alors l'ensemble E_1 des points M(z) tels que $|z'| = 1$.

 c- On pose z= x+iy ; x et y deux réels

 C_1/ Trouver la forme algébrique de z'.

 C_2/ Déterminer et construire l'ensemble E_2 des points M(z) tel que z' soit imaginaire pur .

3) a- Montrer que : $\left|z' - 1\right| = \frac{4\sqrt{2}}{|z+2i|}$.

 b- En déduire que lorsque le point M(z) décrit le cercle de centre A et de rayon 2,le point M'(z') décrit un cercle que l'on précisera.

Exercice 4 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O ;$\vec{u}, \vec{v}$)

On considère les points A , B et C d'affixes respectives $z_1 = 2+2i$, $z_2 = e^{\frac{5i\pi}{6}}$ et $z_3 = 1 - i\sqrt{3}$

I)

1) Déterminer la forme trigonométrique de z_1 et z_3
2) Déterminer sous forme trigonométrique l'affixe du point D symétrique de B par rapport à (O, $\vec{u}$)
3) Déterminer la forme algébrique de z_2
4) Placer avec précision les points A ,B et C dans le plan.
5) Déterminer l'affixe du point G , centre de gravite du triangle ABC
6) Déterminer l'affixe du point E pour que le quadrilatère BAEC soit un parallélogramme

II)

1) Montrer que $z_1\ z_2 = -\left(1+\sqrt{3}\right) + i\left(1-\sqrt{3}\right)$
2) Ecrire $z_1 z_2$ sous forme exponentielle.
3) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{13\pi}{12}$ et $\sin\frac{13\pi}{12}$

Exercice 5 :(bac 2001)

Dans les plans rapporté à un repère orthonormé (O ;$\vec{u}, \vec{v}$) , on considère les points A et B d'affixes respectives : $a = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ et $b = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$

1°) a) Ecrire sous forme trigonométrique chacun des nombres a et b .

 b) Représenter les points A et B dans le repère (O ;$\vec{u}, \vec{v}$).

1) On pose z = a + b et on désigne par M le point d'affixe z
 a) Montrer que OBMA est un carré.
 b) Donner la forme trigonométrique de z
 c) Calculer alors $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$