

exercice 1

Continuité

f est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- Rappeler la définition de la continuité d'une fonction en a
- f est-elle continue en 0 ?

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par : $f(x) = x + 5 + \frac{9}{x-2}$

- Sur quel ensemble la fonction f est-elle dérivable ? Déterminer alors $f'(x)$
⚠ On factorisera la dérivée
- En déduire les variations de la fonction f puis dresser le tableau de variation en calculant les extremum éventuels. (On ne demande pas de calculer les limites)

Exercice 3

On justifiera avec soin les limites suivantes :

- Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{3x-1}{4-x^2}$
- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$, en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + x \sin x$
- Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{2x+1}{x+1}}$

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (unité 1cm)

1) **Étude d'une fonction auxiliaire**

On pose : $g(x) = x^3 + 3x + 8$

- Étudier les variations de la fonction g .
- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur \mathbb{R} et que $\alpha \in [-2; 0]$
- Déterminer un encadrement à 10^{-3} à l'aide de votre calculatrice.
- Préciser le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x

2) **Étude de la fonction f**

- a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$
- b) Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = \frac{x(x^3 + 3x + 8)}{(x^2 + 1)^2}$
- c) À l'aide d'un tableau de signe donner le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction f .
- d) En écrivant $f(x) = \frac{x(x^3 - 4)}{x^3 + x}$, montrer alors que $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$
- e) En déduire un encadrement de $f(\alpha)$
- f) Existe-t-il des tangentes à \mathcal{C}_f parallèles à la droite d'équation $y = x$?

3) **Représentation de la fonction f**

- a) Recopier puis remplir le tableau de valeurs suivants :

x	-4	-2,5	-1	0	1	2	4
$f(x)$							

- b) Tracer la courbe \mathcal{C}_f en indiquant les tangentes horizontales et en s'aidant du tableau de valeurs de la question précédente.

26

Med Migha 97090496