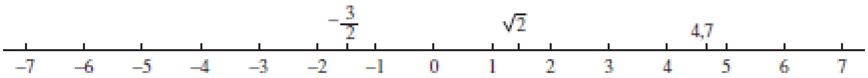
1. a- Les différents ensembles de nombres

$\mathbb{N}$ désigne l'ensemble des entiers naturels : 0, 1, 2, 3… Chaque naturel est un réel. On dit que $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{R}$, ce que l'on note $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$.
$\mathbb{Z}$ désigne l'ensemble des entiers relatifs (ou plus simplement l'ensemble des entiers) : …, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3… On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ et $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$
$\mathbb{Q}$ désigne l'ensemble des nombres rationnels : un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{p}{q}$ avec p entier et q entier non nul. On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$, $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ et $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Il existe des nombres réels qui ne sont pas des rationnels. Par exemple $\sqrt{2}$, π. On dit que ce sont des irrationnels.

L'ensemble de tous les nombres que nous utilisons en seconde s'appelle l'ensemble des nombres réels. Il est noté $\mathbb{R}$. On peut représenter chaque nombre réel par un point d'une droite graduée.



1.b- Quotients

▶ Rappels des résultats essentiels

	Formules
Signes	$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ avec $b \neq 0$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Simplification	$\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ avec $k \neq 0$ et $b \neq 0$
Egalité	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se traduit par $ad = bc$ avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$
Addition	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ avec $b \neq 0$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$

Multiplication	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$
Division	$\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$ $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ avec $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$

▶ Règles de calcul sur les puissances

a et b sont des nombres non nuls, et n et p des entiers relatifs

Formules	$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$(a^n)^p = a^{np}$	$(ab)^n = a^n \times b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

▶ La notation scientifique d'un nombre décimal positif est son écriture sous la forme $a \times 10^p$ avec $1 \leq a < 10$ et p entier relatif.

Exemples : $123{,}4 = 1{,}234 \times 10^2$; $0{,}0012 = 1{,}2 \times 10^{-3}$

1.d- Racines carrées

▶ **Rappels des résultats essentiels**

a étant un nombre réel positif, la racine carrée de a est par définition le réel positif, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est a.

Règles de calcul avec la racine carrée

a et b sont des nombres positifs et n un entier naturel non nul.

Formules	$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ avec $b \neq 0$	$(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$

2. Développement et factorisation

2.a- Développer une expression

Formules	Produits remarquables
$c(a+b) = ca + cb$ $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b)$

4. Ordre et valeur absolue

4.a- Intervalles, inégalités

▶ **Rappels**

a et b sont des nombres réels tels que $a < b$.

L'ensemble des nombres réels x tels que	est l'intervalle
$a \leq x \leq b$	$[a;b]$
$a < x < b$	$]a;b[$
$a < x \leq b$	$]a;b]$
$a \leq x < b$	$[a;b[$
$x \leq a$	$]-\infty;a]$
$x < a$	$]-\infty;a[$
$x \geq a$	$[a;+\infty[$
$x > a$	$]a;+\infty[$

▶ **Pour comparer deux nombres on cherche le signe de leur différence.**

Règles de calcul sur les inégalités

Si $a \leq b$ alors $a + c \leq b + c$

Si $a \leq b$ et $c \geq 0$ alors $ac \leq bc$

Si $a \leq b$ et $c \leq 0$ alors $ac \geq bc$

Si $a \leq b$ et $c \leq d$ alors $a + c \leq b + d$

Si $0 \leq a \leq b$ et $0 \leq c \leq d$ alors $ac \leq bd$

Théorèmes de rangement

Si $0 \leq a < b$ alors $a^2 < b^2$

Si $a < b \leq 0$ alors $a^2 > b^2$

Si $0 \leq a < b$ alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

Si $0 < a < b$ alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

Si $0 \leq a \leq 1$ alors $a^2 \leq a$

Si $a \geq 1$ alors $a^2 \geq a$

4.b- Valeur absolue

▶ La valeur absolue d'un réel x (notée $|x|$) est la distance de x à 0.

Si $x \geq 0$ alors $|x| = x$ et si $x \leq 0$ alors $|x| = -x$.

▶ **Propriétés des valeurs absolues**

$|x| = 0$ équivaut à $x = 0$.

$|-x| = |x|$.

$|x| = |y|$ équivaut à $x = y$ ou $x = -y$.

Soit r un réel positif et a un réel quelconque. Les énoncés de chaque colonne du tableau ci-dessous sont équivalents.

$\lvert x - a\rvert = r$	$\lvert x - a\rvert \leq r$	$\lvert x - a\rvert > r$
$a-r$ a $a+r$	$a-r$ a $a+r$	$a-r$ a $a+r$
$x = a + r$ ou $x = a - r$	$a - r \leq x \leq a + r$	$x < a - r$ ou $x > a + r$
$x \in \{a + r ; a - r\}$	$x \in [a - r ; a + r]$	$x \in]-\infty ; a - r[\cup]a + r ; +\infty[$

C. Approximations d'un réel

Des résultats à retenir

Un nombre est souvent connu par des valeurs approchées décimales.

Par exemple, pour $\sqrt{2}$ la calculatrice affiche : 1,414213562

	Définition	Exemple
Encadrement	Le nombre x est encadré par deux réels a et b lorsque : $a \le x \le b$. $b - a$ est l'amplitude.	Encadrement de $\sqrt{2}$ par deux décimaux d'ordre 2 : $1,41 \le \sqrt{2} \le 1,42$ 10^{-2} est l'amplitude.
Valeur approchée	A est une valeur approchée de x à α près lorsque : $A - \alpha \le x \le A + \alpha$	1,415 est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 0,005 près car : $1,415 - 0,005 \le \sqrt{2} \le 1,415 + 0,005$
	A est une valeur approchée de x par défaut à α près lorsque : $A \le x \le A + \alpha$	1,41 est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ par défaut à 10^{-2} près car : $1,41 \le \sqrt{2} \le 1,41 + 10^{-2}$
	A est une valeur approchée de x par excès à α près lorsque : $A - \alpha \le x \le A$	1,42 est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ par excès à 10^{-2} près car : $1,42 - 10^{-2} \le \sqrt{2} \le 1,42$

EXERCICE N 1

Répondre par vrai ou faux en justifiant vos réponses

1) Le carré d'un entier est un rationnel.
2) Il existe des rationnels non décimaux.
3) $\pi = 3.14159265358979$
4) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$
5) 1.66 est la valeur arrondie à 10^{-2} près de $\frac{5}{3}$.

EXERCICE N2

Les questions sont indépendantes

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $5 \le \frac{1-2x}{3} \le 9$
2) Donner l'arrondi à 10^{-2} près de $\sqrt{2}+\sqrt{3}$
3) Un nombre a 2,48 comme arrondi à 10^{-2} près. Dans quel intervalle est-il ?
4) Est-ce que l'arrondi à l'unité du carré, c'est la même chose que le carré de l'arrondi ?

EXRCICE N3

MED MIGHA
97090496

1) Développer $A=\left(\sqrt{3}-3\sqrt{5}\right)^2$; $B=(1+2x)^3$
2) Simplifier $C=\dfrac{(2a^2b^{-3})^3}{\left((ab)^5\right)^2}$; $D=\dfrac{(0,007\times10^{-4})^3}{140\times10^8}$
3) Factoriser $E=2x(x^2-4x+4)+(x^2-2x)$

EXERCICR N4

1) Développer $A=(2x-3)^3$ et $B=(4x+2y-5)^2$
2) Factoriser $C=4(x^2-1)+5(x^2-2x+1)-(x-1)$ et $D=(2x+1)^3-(2x+1)(x^2+x+1)$.

EXERCICE N5

Résoudre dans $\mathbb{R}$

1) $x(2x+1)-(1-3x)(2x+1)\geq 0$.
2) $\dfrac{4}{x}\leq 1+\dfrac{3}{x+1}$

EXERCICE N6

Soit x un réel tel que : $x\neq -1$ et $x\neq\dfrac{3}{2}$ On donne les expressions suivantes

$A=8x^3-27+(3-2x)(3x^2+6x+10)$ et $B=4x^2-12x+9+(2x-3)(x^2+4)$

1) Factoriser A et B
2) Montrer que $\dfrac{A}{B}=\dfrac{x-1}{x+1}$

EXERCICE N7

Soit $A=(x+3)^2-(x-3)^2$

1) Factoriser A
2) Sans utiliser une calculatrice, en déduire la valeur de $B=2003^2-1997^2$

EXERCICE N8

Soit $A=(x+3)^2-(x-3)^2$

1) Factoriser A
2) Sans utiliser une calculatrice, en déduire la valeur de $B=2003^2-1997^2$

EXERCICE N9

Factoriser $A=x^3-8+(x^2-4)$, $B=x^3+125+(x+5)(5x+2)$