MINISTERE DE L'EDUCATION

DIRECTION REGIONALE DE SILIANA

Année scolaire : 2015 – 2016

Lycée sécondaire Kesra

Lycée chebi Kesra

BAC BLANC

EPREUVE : MATHEMATIQUES

CLASSE : $4^{ème}$ SCIENCES EXPERIMENTALES

Coefficient : 3

Durée : 3 Heures

Les calculatrices scientifiques sont autorisées conformément à la reglementation en vigueur

Le sujét est composée de 5 exercices indépendants.
La clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation de la copie.
Le sujet comporte une annexe à rendre avec la copie

Proposé par : **Bahri Tmim**

Bouhani Allala

Exercice n° 1 :(3 Pts)

Cocher la réponse exacte en justifiant votre réponse.

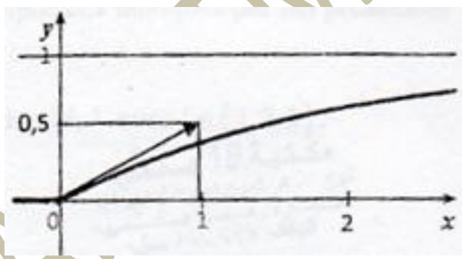
1- Soit f une fonction définie sur IR* par : $f(x) = e^x \ln(x^2)$, alors :

a) $f(x) \geq 0$ b) $f(x) \leq 0$ c) f ne garde pas une signe constant sur IR*

2- Pour une loi exponentielle de paramètre λ, ($\lambda > 0$) , la densité de probabilité est une solution de l'équation différentielle :

a) $y'' + \lambda^2 y = 0$ b) $y' + \lambda y = 0$ c) $y' - \lambda y = 0$

3) La courbe ci-contre est celle de la fonction de répartition d'une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ . Alors :



a) $\lambda = 1$ b) $\lambda = 0,5$ c) $\lambda = 2$

Exercice n° 2 : (3,5 Pts)

Le tableau suivant donne l'évolution du profit annuel en millions de dinars, d'une entreprise de l'année 2000 à l'année 2006.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Profit annuel (y_i)	1,26	1,98	2,28	2,62	2,84	3	3,2

1-a) Calculer : $\overline{X}$, $\overline{Y}$, σ_X et σ_Y .

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de cette série statistique.

2- On désigne par $z_i = e^{y_i}$.

a) Recopier puis compléter le tableau suivant . (les résultats seront arrondis au centième)

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = e^{y_i}$							

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r' entre les caractères x_i et z_i.

c) Déterminer une équation de la droite de régression de z en x.

d) En déduire y en fonction de x.

3) On suppose que l'évolution du profit annuel se poursuit suivant ce modèle.

a) Calculer le profit annuel, exprimé en millions de dinars, attendu pour l'année 2016.

b) Déterminer à partir de quelle année le profit annuel initial (celui de l'année 2000) aura au moins triplé.

Exercice n° 3 : (5,5 Pts)

Soit la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Montrer que f est dérivable sur $[0,+\infty[$ et que $f'(x) = \dfrac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$.

b) Dresser son tableau de variation de f .

2) a) Montrer que la droite $D : y = x$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.

b) Etudier la position relative de (C) et D.

c) Tracer (C) et . **(Dans l'annexe)**

3) a) Vérifier que $\frac{1}{1+t} \leq 1$ $\forall$ $t \geq 0$, puis en déduire que pour tout $x \geq 0$: $\ln(1 + e^{-2x}) \leq e^{-2x}$.

b) Soit $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations :

$y = 0$, $x = 0$ et $x = 1$. Montrer que : $\frac{1}{2} \leq \mathcal{A} \leq 1 - \frac{1}{2e^2}$.

4) Soit (U_n) la suite définie sur IN par : $U_0 = ln2$ et pour tout $n \in IN^*$, $U_n = \int_0^{ln2} [f'(x)]^n \, dx$

a) Calculer U_1 .

b) Montrer que pour tout $x \in [0, ln2]$: $0 \leq f'(x) \leq \frac{3}{5}$.

c) En déduire que pour tout $n \in IN$: $0 \leq U_n \leq (\frac{3}{5})^n \, ln2$.

d) Déterminer alors la limite de la suite (U_n) en $+\infty$

Exercice n°4 : (4,5 Pts)

I - Le graphique (C_h) représenté sur l'annexe ci-jointe est la représentation dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction h définie et dérivable sur IR. La courbe (C_h) admet :

- La droite $D : y = 1$ une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$.
- Une branche parabolique de direction celle de $(O,\vec{j})$ au voisinage de $-\infty$.
- La droite Δ la tangente au point d'abscisse 0.

En utilisant le graphique :

1) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} h(x)$, $\lim_{x\to-\infty} \frac{h(x)}{x}$ et $h'(2)$.

2) Soit g la restriction de h à $]-\infty, 2]$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $]-\infty, 2]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Déterminer $\lim_{x\to-\infty} \frac{g^{-1}(x)}{x}$ et $\lim_{x\to 0} \frac{g^{-1}(x)}{x}$.

c) Construire $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère. **(sur l'annexe)**

II - Soit l'équation différentielle (E) **:** $y' + y = 1 + e^{-x}$ **.**

1) Vérifier que la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 1 + xe^{-x}$ est une solution de (E).

2) Résoudre l'équation différentielle (E_0) : $y' + y = 0$.

3) a) Montrer qu'une fonction U est une solution de (E) équivaut à $(U - f)$ est une solution de (E_0) .

b) En déduire toutes les solutions de (E).

c) Déterminer la fonction h solution de (E) vérifiant $h(0) = 0.$

4) On suppose que la courbe (C_h) donnée sur l'annexe est la représentation graphique de la fonction h définie par : $h(x) = 1 + (x-1)e^{-x}$. Calculer : $\int_0^1 g^{-1}(x)\,dx$

<u>Exercice n°5 :(3,5 Pts)</u>

Dans tout l'exercice les résultats sont donnés à 10^{-3} près.

I - Un test de dépistage d'une maladie responsable à la disparition des lapins a fournit les renseignements suivants :

- 70 % des lapins sont malades.
- Si un lapin est malade, le test est positif dans 93 % des cas.
- Si un lapin n'est pas malade, le test est positif dans 5 % des cas.

On considère les évènements suivant : M : « le lapin est malade » et T : « le test est positif ».

1) a) Donner l'arbre de probabilité qui modélise cette situation.

b) Montrer que p(T) = 0,666.

2) Sachant que le test est positif, déterminer la probabilité qu'un lapin soit malade.

3) On choisit au hasard 5 lapins.

Déterminer la probabilité de l'évènement A : « 4 lapins ont un test positif ».

II - On suppose qu'un virus responsable à cette maladie a une durée de vie X exprimée en heures qui suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0.01.

1) a)Déterminer la probabilité que le virus persiste dans l'organisme du lapin plus que 4 jours.

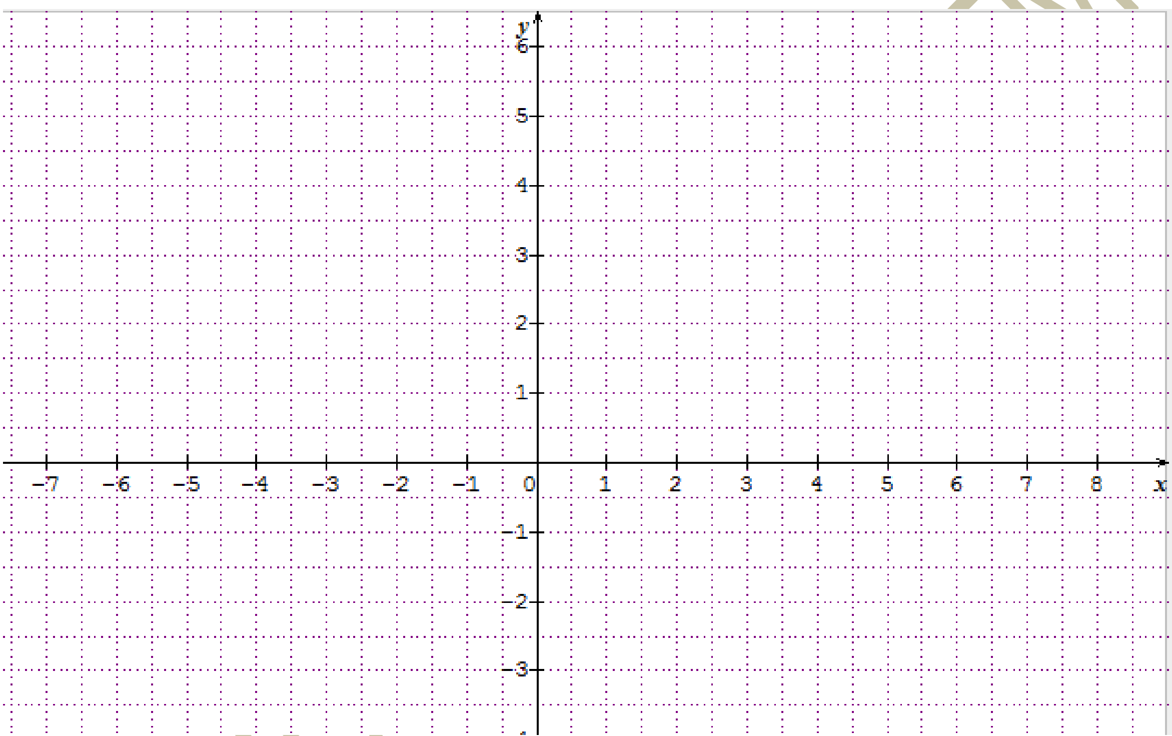
b) Sachant que le virus a persisté plus que 4 jours, quelle est la probabilité qu'il persiste moins qu'une semaine.

2) Déterminer, en jours (en heure prés), le temps t tel que $p(X \geq t) = p(X \leq t)$.

Annexe à rendre avec la copie

Nom : ………………….. Prénom : ……………………………

Exercice n°3



Exercice n°4 :