

Exercices « probabilités »

Exercice 1 :

Une urne A contient quatre boules rouges et six boules noires. Une urne B contient une boule rouge et neuf boules noires. Les boules sont indiscernables au toucher.

Partie A

Un joueur dispose d'un dé à six faces, parfaitement équilibré, numéroté de 1 à 6. Il le lance une fois : s'il obtient 1, il tire au hasard une boule de l'urne A, sinon il tire au hasard une boule de l'urne B.

1. Soit R l'événement « le joueur obtient une boule rouge ». Montrer que $p(R) = 0,15$.
2. Si le joueur obtient une boule rouge, la probabilité qu'elle provienne de A est-elle supérieure ou égale à la probabilité qu'elle provienne de B ?

Partie B

Le joueur répète deux fois l'épreuve décrite dans la partie A, dans des conditions identiques et indépendantes (c'est-à-dire qu'à l'issue de la première épreuve, les urnes retrouvent leur composition initiale).

Soit x un entier naturel non nul.

Lors de chacune des deux épreuves, le joueur gagne x euros s'il obtient une boule rouge et perd deux euros s'il obtient une boule noire.

On désigne par G la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur en euros au terme des deux épreuves. La variable aléatoire G prend donc les valeurs $2x$, $x-1$ et -4 .

1. Déterminer la loi de probabilité de G .
2. Exprimer l'espérance $E(G)$ de la variable aléatoire G en fonction de x .
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $E(G) > 0$?

Exercice 2 :

Une maladie atteint 3% d'une population donnée. Un test de dépistage donne les résultats suivants :

Chez les individus malades, 95% des tests sont positifs et 5% négatifs.

Chez les individus non malades, 1% des tests sont positifs et 99% négatifs.

On choisit un individu au hasard.

1. Construire l'arbre pondéré de cette expérience aléatoire.
2. Quelle est la probabilité
 - a. qu'il soit malade et qu'il ait un test positif ?
 - b. qu'il ne soit pas malade et qu'il ait un test négatif ?
 - c. qu'il ait un test positif ?
 - d. qu'il ait un test négatif ?
3. Calculer la probabilité
 - a. qu'il ne soit pas malade, sachant que le test est positif ?
 - b. qu'il soit malade, sachant que le test est négatif ?

Exercice 3 :

Un lot de tulipes a un pouvoir germinatif de 80% ; cela signifie que l'on considère que chaque bulbe a une probabilité égale à $\frac{4}{5}$ de produire une fleur et cela indépendamment des autres bulbes.

Chaque bulbe contient l'un des trois gènes R (rouge), B (blanc) et J (jaune) qui détermine la couleur de la future fleur éventuelle.

On suppose que la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène R est $\frac{1}{2}$, la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène B est $\frac{1}{10}$.

1. a. Tracer un arbre pondéré traçant la floraison d'un bulbe.
b. Quelle est la probabilité pour qu'un bulbe planté produise une fleur rouge ζ
c. Quelle est la probabilité pour qu'un bulbe planté produise une fleur blanche ζ
2. On appelle X la variable aléatoire qui associe le nombre k de fleurs rouges obtenues après avoir planté 5 bulbes.
 - a. Démontrer qu'il s'agit d'un schéma de Bernouilli dont on donnera les éléments caractéristiques.
 - b. Déterminer la loi de probabilité de X.
 - c. Calculer E(X).
3. Soit n un entier supérieur ou égal à 1.

On désigne par p_n la probabilité de n'obtenir aucune tulipe blanche après avoir planté n bulbes.

Calculer p_n .

4. Combien de bulbes doit-on planter, au minimum, pour obtenir au moins une tulipe blanche, avec une probabilité supérieure ou égale à $\frac{19}{20}$ ζ

Aymen Oueslati 27677722