

Exercice n°1 : (3 points)

Choisir la bonne réponse et sans justification

1) Un calculatrice présente deux défauts A et B indépendants et tel que $p(A) = 0,1$ et $p(B) = 0,2$ alors la probabilité que la pièce présente les deux défauts égal à

- a) 0,01 b) 0,02 c) 0,03

2) X est un aléas numérique qui suit une loi uniforme sur $[0,10]$ alors $P(2 \leq X \leq 4)$ égal

- a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{1}{5}$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln x}{x+1}$ égal

- a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

Exercice n°2 : (6 points)

Dans un atelier de couture on sait que 20% des machines sont sous garantie. Parmi les machines sous garantie 1% sont défectueuses. Parmi les machines qui ne sont pas sous garantie 10% sont défectueuses. On considère les évènements suivants :

G : « La machines est sous garantie » et D : « La machine est défectueuse »

1) On choisit une machine au hasard.

a) Construire l'arbre pondérée modalisant situation

b) Déterminer la probabilité pour que la machine soit sous garantie et défectueuse.

2) a) Déterminer la probabilité pour que la machine soit défectueuse.

b) Sachant que la machine est défectueuse, calculer la probabilité pour qu'elle soit sous garantie.

3) On choisit au hasard 5 machines. Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « Seulement deux machines sont sous garantie »

B : « Obtenir au moins une machine sous garantie »

4) Soit X la variable aléatoire indiquant la durée de vie d'une machine en années. On suppose que X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.25$.

a) Calculer la probabilité que la machine dure plus de 18 mois.

b) Calculer la probabilité que la machine dure moins de 8 ans sachant qu'elle a duré plus que 4 ans .

Exercice n°3 : (5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points A(2,0,-1) et B(0,0, -1) , le plan P : $x + z - 1 = 0$ et l'ensemble des points M(x,y,z) d'équations S : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$.

1) a) Montrer que S est une sphère de centre I(1,0 , -1) et dont on précisera le rayon R.

b) Montrer que A et B sont deux points diamétralement de la sphère S.

2) Montrer que P et S sont sécantes suivants un cercle (C) dont on déterminera le rayon r.

3) Soit $\alpha \in [0, \pi]$. On considère le point M $(1+\cos^2\alpha, \sqrt{2}\cos\alpha\sin\alpha, -\cos^2\alpha)$

- a) Vérifier $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. Que peut on conclure ?
- b) Montrer que M appartient au cercle (C).
- 4) a) Montrer que $OM^2 = 1 + 4\cos^2\alpha$
- b) Déterminer α pour que OM soit maximale

Exercice n°4 : (6 points)

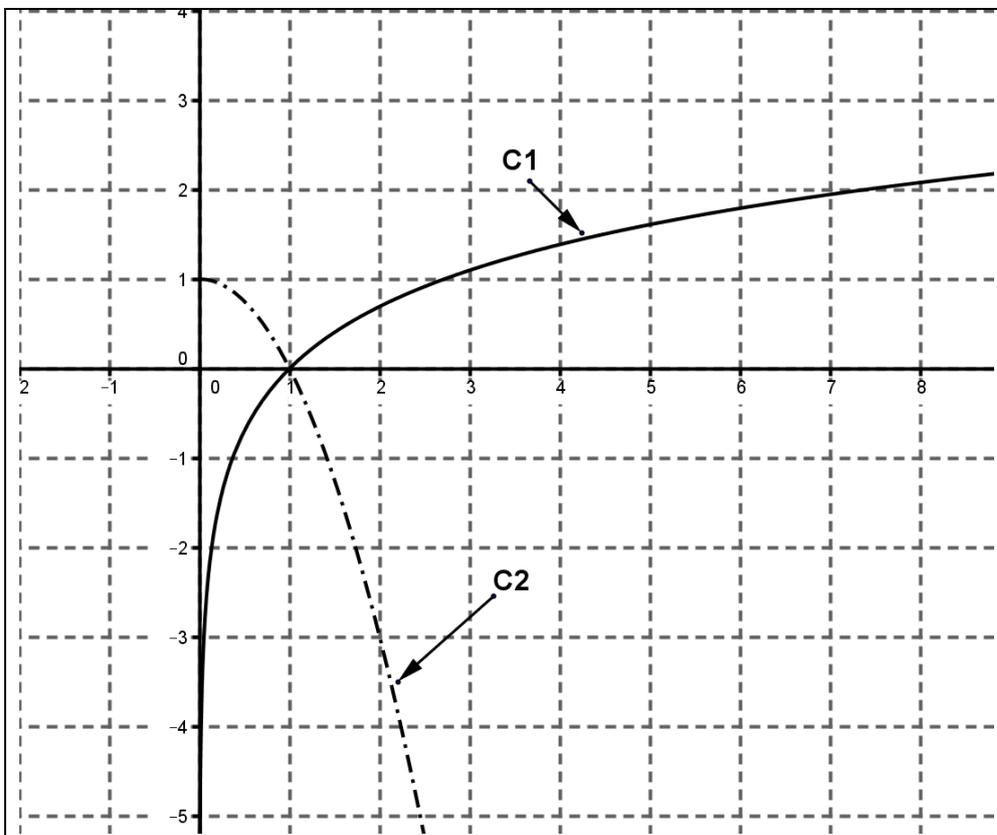
Soit les fonctions U et V définie sur $]0 ; +\infty [$ par : $U(x) = \ln x$ et $V(x) = 1 - x^2$.

La figure ci dessous représente les courbes (C₁) et (C₂) des fonctions u et v.

- 1) a) Déterminer la courbe de chacune des fonctions U et V.
- b) Graphiquement dresser le tableau de signe de $U(x) - V(x)$
- c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C₁), (C₂) et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.

2) Soit la fonction f définie sur $]0 ; +\infty [$ par : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

- a) Calculer les limites de f en $+\infty$ et 0^+ .
- b) Montrer que $f'(x) = \frac{u(x) - v(x)}{x^2}$.
- c) Dresser le tableau de variation de f.
- 3) a) Montrer que la droite D : $y = x - 1$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$.
- b) Construire la courbe de f dans un repère orthonormé.
- 4) Soit t un réel strictement positif et A(t) l'aire de la partie du plan limité par les courbes C_f, la droite D et les droites d'équations $x = 1$ et $x = t$.
- a) Calculer A(t).
- b) Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} A(t)$.



Bon travail