Lycée Secondaire El Ksour	Série de Révision	Prof Bouzouraa Chaouki
Année Scolaire 2013-2014	MATHÉMATIQUES	4 Tech

Exercice N°1(6)

L'évolution de la population active en Tunisie de 2006 à 2012 est donnée par le tableau suivant :

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5	6
Population active (en milliers) (y_i)	3435	3522	3604	3689	3769	3845	3923

Source : Institut National de la Statistique(INS)

1) a) Représenter le nuage de points associé à la série statistique (x_i, y_i) dans un repère orthogonal du plan.
   b) Ce nuage permet- il d'envisager un ajustement affine ?
2) a) Ecrire une équation de la droite D de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrées. (Les coefficients seront arrondis à l'unité).
   b) Tracer D
   c) En utilisant cet ajustement, estimer la population active de la Tunisie en l'an 2015.

Exercice N°2(6)

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{6-u_n}{4-u_n}; \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

1) a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$; on a $u_n \prec 2$.
   b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n-2)(u_n-3)}{4-u_n}$.
   c) Montrer alors que la suite (u_n) est croissante.
   d) Déduire que (u_n) est convergente.

2) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = \dfrac{2u_n - 6}{u_n - 2}$.
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 2.
   b) Exprimer v_n en fonction de n.
   c) Déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{6\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{3-2\left(\frac{1}{2}\right)^n}$.
   d) Calculer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

Exercice N°3(8)

Les parties B et C sont indépendantes.

On note **R** l'ensemble des nombres réels et on considère la fonction f définie sur **R** par

$$f(x) = xe^{x-1} + 1.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Partie A : étude de la fonction

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
   Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

3. On admet que f est dérivable sur **R**, et on note f' sa fonction dérivée.
   Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = (x+1)e^{x-1}$.

4. Étudier les variations de f sur **R** et dresser son tableau de variation sur **R**.

Partie B : recherche d'une tangente particulière

Soit a un réel strictement positif. Le but de cette partie est de rechercher s'il existe une tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a, qui passe par l'origine du repère.

1. On appelle T_a la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a. Donner une équation de T_a.

2. Démontrer qu'une tangente à $\mathscr{C}$ en un point d'abscisse a strictement positive passe par l'origine du repère si et seulement si a vérifie l'égalité
$$1 - a^2e^{a-1} = 0.$$

3. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Démontrer que 1 est l'unique solution sur l'intervalle $]0\ ;+\infty[$ de l'équation
$$1 - x^2e^{x-1} = 0.$$

4. Donner alors une équation de la tangente recherchée.

Partie C : calcul d'aire

Le graphique donné en **Annexe** 1 représente la courbe $\mathscr{C}$ de la fonction f dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. Construire sur ce graphique la droite Δ d'équation $y = 2x$. On admet que la courbe $\mathscr{C}$ est au-dessus de la droite Δ. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ limité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite Δ, la droite d'équation $(x=1)$ et l'axe des ordonnées.

2. On pose $I = \int_0^1 xe^{x-1}dx$. Montrer à l'aide d'une intégration par parties que $I = \frac{1}{e}$.

3. En déduire la valeur exacte (en unités d'aire) de l'aire du domaine $\mathscr{D}$.

Courbe $\mathscr{C}$, représentative de f.