Lycées Feriana , Chebbi & Thelèpte

2011/2012

DEVOIR DE SYNTHESE N°3

4eme Sc. Exp.

Mrs. : LTIFI , HAMDI , MISSAOUI , BARHOUMI & MHAMDI

EXERCICE N°1(5,5points)

Soit *f* la fonction définie sur IR par $f(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x + 1}$ et soit (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité graphique : 2 cm)

1) a) Calculer $\lim_{+\infty} f$ *et* $\lim_{-\infty} f$. Interpréter les résultats trouvés.
   b) Dresser le tableau de variation de *f* sur IR.

2) a) Résoudre dans IR l'équation $f(x) = 0$.

   b) Tracer (C) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (vérifier que **f(0)=0,5** et **f(ln2)=1**)

3) a) Montrer que *f* est une bijection de IR sur un intervalle I à préciser.

   b) Tracer (C') courbe représentative de f^{-1} dans le même repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

4) a) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in$ I.

   b) En déduire alors la valeur de l'intégrale : $\int_{0,5}^{1} \ln\left(\frac{x+1}{2-x}\right) dx$. (on peut remarquer que $f(x) = 3\frac{e^x}{e^x+1} - 1$)

EXERCICE N°2(4points)

La durée de vie d'une machine suit une loi exponentielle X de paramètre $\lambda = 0{,}04$.

1) a) Quelle est la probabilité que cette machine dure exactement 10 ans ?

   b) Quelle est la probabilité que cette machine dure entre 5 et 12 ans ?

   c) Quelle est la probabilité que cette machine dure plus que 15 ans ?

2) On sait que cette machine a déjà vécue 10 ans, quelle est la probabilité qu'elle dure moins que cinq ans supplémentaires ?

3) Déterminer la fonction F de répartition de X et la tracer dans un repère orthogonal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ telle que $\|\vec{\jmath}\| = 5\ cm$ *et* $\|\vec{\imath}\| = 0{,}5\ cm$.

EXERCICE N°3(4points)

Dans l'annexe à rendre, les courbes **(C)** et **(C')** désignent les représentations graphiques d'une fonction f définie, continue et dérivable sur IR et de sa fonction dérivée f' dans un repère orthonormé.

1) a) Montrer que **(C)** est la courbe de f et que **(C')** est celle de f'.
   b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par **(C')** , l'axe des abscisses et les droites $x = 0 \;\; et \;\; x = 4$. (partie hachurée).

2) On suppose que la fonction f tracée dans l'annexe est définie sur IR par :

$f(x) = \ln(e^x - x)$.

   a) Calculer $\lim_{+\infty} f \;\; et \;\; \lim_{-\infty} f$.

   b) Vérifier que $f(x) = x + \ln(1 - \frac{x}{e^x})$, déduire que la droite $\Delta: y = x$ est une asymptote à **(C)** au voisinage de $(+\infty)$.

   c) Vérifier que **(C)** est au dessous de Δ sur $[0, +\infty[$, puis tracer Δ .

3) Soit (U_n) la suite définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \;\; ; n \geq 0 \end{cases}$

   a) Montrer que $U_n > 0 \;\; pour \; tout \;\; n \in IN$.

   b) Déduire que la suite (U_n) est décroissante.

   c) Tracer dans l'annexe à rendre les cinq premiers termes de la suite(U_n) .

   d) Conjoncture sur la limite de la suite (U_n).

EXERCICE N°4(3,5points)

On considère l'équation différentielle : $(E): y'(x) - 2y(x) = 4x + 12$.

1) Résoudre l'équation différentielle : $(E_0); y'(x) - 2y(x) = 0$.
2) Déterminer les réels $a \;\; et \;\; b$ telle que la fonction : $x \longmapsto g(x) = ax + b$ soit une solution de l'équation (E).
3) a) Montrer que f est une solution de (E) si et seulement si $(f - g)$ est une solution de (E_0) .
   b) Déduire alors toutes les solutions de (E) .

EXERCICE N°5(3points)

Le capital Y (en milliers de dinars) d'une équipe sportive en fonction du nombre de ses abonnés X (en milliers) est donné dans le tableau suivant :

Nombre d'abonnés X	1	2	3	4	5	6
Capital Y	1	6	30	81	170	300

On pose $Z = \ln Y$:

(Noter Bien : on donnera toutes les valeurs arrondis à 10^{-2} près)

1) a) Recopier le tableau suivant sur votre copie puis le compléter:

X	1	2	3	4	5	6
Z					5,14	

b) Calculer les moyennes arithmétiques et les écarts types de X et de Z.

c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Z.

d) Déterminer une équation de la droite de régression **D** de Z en X.

e) En déduire que $Y \cong 0,58\,(3,1)^X$

2) Déduire une valeur approchée du capital de cette équipe si le nombre de ses abonnés dépasse 10000.

BON TRAVAIL

Nom & prénom : ………………………………………………………………………………………

ANNEXE A RENDRE

………………………………………………………………………………………