

Lycée Takelsa	Devoir de Contrôle N :1
Prof :Mourad.Ziadi	Classe :4^{ème} Info
Epreuve :Mathématiques	Date :11/11/2014 * Durée :2h

Exercice N :1(03pts)

1) Soit z un nombre complexe de module 2. Alors le conjugué de z est égale à :

a) $\frac{1}{2z}$; b) $\frac{2}{z}$; c) $\frac{4}{z}$.

2) Soit dans \mathbb{C} , l'équation (E) : $z^2 + 2z + 3 = 0$, alors les solutions de (E) sont :

a) opposées ; b) conjuguées ; c) inverses .

3) Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x - \cos(3x)$ alors la limite de f en $-\infty$ est égale à :

a) $-\infty$; b) 0 ; c) $+\infty$

Exercice N :2 (06pts)

1) Calculer $(2 + i)^2$.

2) Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombre complexes l'équation (E) : $z^2 - (4 + i)z + 3 + i = 0$

3) Soit $P(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (1 + 9i)z + 2 - 6i$

a) Vérifier que $2i$ est une solution de P

b) Vérifier que $P(z) = (z - 2i)(z^2 - (4 + i)z + 3 + i)$.

c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.

4) Dans Le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2i$ et $z_B = 1$ et $z_C = 3 + i$.

a) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

b) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC est un carré.

5) Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan tel que : $|z - 2i| = |\bar{z} - 3 + i|$.

6) Pour tout point M du plan d'affixe $z \neq 1$ on associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = \frac{z-2i}{z-1}$.

a) Montrer que $OM' = \frac{AM}{BM}$.

b) En déduire que lorsque M décrit la médiatrice de [AB] ; le point M' décrit un cercle que l'on déterminera.

Exercice N :3 (06pts)

On définit sur l'intervalle $[1, +\infty[$ la fonction f par : $f(x) = \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ dont la courbe est (C_1) représentée dans la feuille annexe à rendre.

- 1) a) Justifier que f est continue sur $[1, +\infty[$
- b) Montrer que f est strictement croissante sur $[1, +\infty[$.
- c) En déduire que f réalise une bijection de $[1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.


On notera f^{-1} sa fonction réciproque.

- d) Déterminer $f^{-1}(\frac{1}{2})$.
- 2) a) Montrer que : $\forall x \in J; f^{-1}(x) = \frac{1}{1-x^2}$
 - b) Tracer soigneusement la courbe (C_2) de f^{-1} dans le même repère.

Exercice N :4(05pts)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} x^2 + x \sin\left(\frac{1}{x}\right) + 1 & \text{si } x > 0 \\ x^3 + x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

- 1) a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$ on a : $x^2 - x + 1 \leq f(x) \leq x^2 + x + 1$.
 - b) Déduire $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - c) Montrer que f est continue en 0.
- 2) On donne le tableau de variation de f sur $]-\infty, 0]$.

x	$-\infty$	0
$f(x)$		

- a) Copier et compléter le tableau de variation de f .
 - b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]-\infty, 0]$ une unique solution α ; puis vérifier que : $-0,7 < \alpha < -0,6$.
 - c) Vérifier que : $\alpha^3 = -1 - \alpha$
- 3) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{x+1}{x^2}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{x+1}{x^2}\right)$.

BON TRAVAIL

Feuille annexe à rendre avec la copie

Nom : Prénom : Classe :

Exercice N :1

1)	
2)	
3)	

Figure de l'exercice N :3

