

Série d'exercices espace dérivabilité (bac sc-exp)

Exercice n°1

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points $A(-1; 2; 3)$; $B(0; 4; 4)$ et $C(2; 0; 2)$.

- 1) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
- 2) Calculer l'aire du triangle ABC
- 3) Calculer $\cos(\widehat{BAC})$ et $\sin(\widehat{BAC})$
- 4) Calculer la distance du point C à la droite (AB).

Exercice n°2

On considère un cube ABCDEFGH. L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$. On désigne par I le milieu du segment [EF] et par K le centre du carré ADHE.

- 1) a) Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{BK} ; \vec{IG} et \vec{IA} .
b) Vérifier que $\vec{BK} = \vec{IG} \wedge \vec{IA}$.
c) En déduire l'aire du triangle AGI.
- 2) a) Calculer le volume du tétraèdre ABGI
b) En déduire la distance du point B au plan (AGI)

Exercice n°3

On considère un cube ABCDEFGH. L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$. On désigne par I le centre du carré ABCD.

- 1) Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{BC} \wedge \vec{BA}$.
- 2) Déterminer l'ensemble des points M de l'espace tel que $(\vec{BC} \wedge \vec{BA}) \wedge \vec{BM} = \vec{0}$.
- 3) Déterminer l'ensemble des points M de l'espace tel que $(\vec{BC} \wedge \vec{BA}) \cdot \vec{BM} = 0$.

Série d'exercices espace dérivabilité (bac sc-exp)

Exercice n°4

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 1 - \sqrt{\frac{x}{x+2}}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

a) Étudier la dérivabilité de f à droite en 0 . Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que f est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$.

2) Soit g la fonction définie sur $[0, 1[$ par $g(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$.

Montrer que g est strictement croissante sur $[0, 1[$.

3) Montrer que l'équation $g(x) = f(x)$ admet dans $[0, 1[$ une seule solution x_0 .

Exercice n°5

Soit $g(x) = -1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$

1) Dresser le tableau de variation de g

2) Montrer que $I(0; -1)$ est un centre de symétrie de (C_g)

3) Soit $f(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{x^2+3} - x + 1)$

a) Vérifier que $f'(x) = \frac{1}{2}g(x)$ puis étudier les variations de f .

b) Montrer que $|f(b) - f(a)| < \frac{1}{2}|b - a| \forall (a, b) \in \mathbb{R}_+^2$.