

**Exercice n°1 : ( 3 points)**

Choisir la bonne réponse et sans justification

- 1) La solution  $f$  de l'équation différentielle :  $y' = y-1$  et vérifiant  $f(0) = 2$  est :
- a)  $f(x) = 2e^x$       b)  $f(x) = e^x + 1$       c)  $f(x) = 2e^{-x}$
- 2)  $X$  est un aléas numérique qui suit une loi continue sur  $[0,10]$  alors  $P(X \geq 4)$  égal
- a)  $\frac{3}{5}$       b)  $\frac{2}{5}$       c)  $\frac{1}{5}$
- 3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln x}{x+1}$  égal
- a)  $-\infty$       b)  $0$       c)  $+\infty$

**Exercice n°2 : ( 5 points)**

Dans le tableau statistique donne le nombre des élèves d'un lycée entre 2002 et 2010 .  
 $X$  désigne le rang de l'année et  $Y$  désigne le nombre des élèves.

| année                 | 2002 | 2004 | 2006 | 2008 | 2010 |
|-----------------------|------|------|------|------|------|
| Rang $x_i$            | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
| Nombre d'élèves $y_i$ | 680  | 730  | 795  | 846  | 950  |

**(Dans tout l'exercice les valeurs sont prises à  $10^{-2}$  près).**

- 1) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $X$  et  $Y$ .  
Un ajustement affine est justifié ?
- b) Déterminer une équation de la droite de régression de  $Y$  en  $X$ .
- c) Déterminer le nombre des élèves en 2014.
- 2) On pose  $Z = \ln Y$
- a) Déterminer une équation de la droite de régression de  $Z$  en  $X$ .
- b) Déduire une écriture de  $Y$  sous la forme :  $Y = a e^{bx}$
- c) Déterminer le nombre des élèves en 2014 avec le deuxième ajustement.
- d) Quel est parmi les deux ajustements qui semble le plus justifié ? justifier votre réponse.

**Exercice n°3 : ( 5 points)**

Un magasin vend des portables de deux types Nokia et Samsung.

Dans le stock du magasin il y on a 40% du type Nokia.

\*Parmi les portables Nokia 80% sont avec tactile

\*Parmi le portable Samsung 90% sont avec tactile ;

On note les événements suivants :  $N$  « portable Nokia » et par  $T$  « portable avec tactile ».

Un client achète un portable.

- 1) Modalisé les données de l'exercice avec un arbre de probabilité.
- 2) Calculer la probabilité de ces événements ;
- a) Le client achète un portable Nokia et avec tactile.
- b) le client achète un portable avec tactile.
- c) le client achète un portable Samsung et sans tactile.
- 3) Sachant que le portable et avec tactile, quelle est la probabilité qu'il soit samsung.
- 4) Cinq clients entrent dans le magasin. Chacun choisie un portable indépendamment des autres.  
Quelle la probabilité qu'au moins deux entre eux choisies des portables Nokia et avec tactile.

- 5) La durée de vie d'un portable en année suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0,01$
- Quelle la probabilité qu'un portable ait une durée de vie plus que 2 ans.
  - Quelle la probabilité qu'un portable tombe en panne en moins de 36 mois.
  - Un portable est en marche depuis 3 ans, quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 5 ans ?

**Exercice n°4 : (7 points)**

Soit le fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 e^{-x}$ . Ci-dessous on a représenté la courbe de la fonction  $f'$  fonction dérivée de  $f$  qui admet deux tangentes horizontales aux points A et B et l'axe des abscisses comme asymptote horizontale au voisinage de  $+\infty$ .

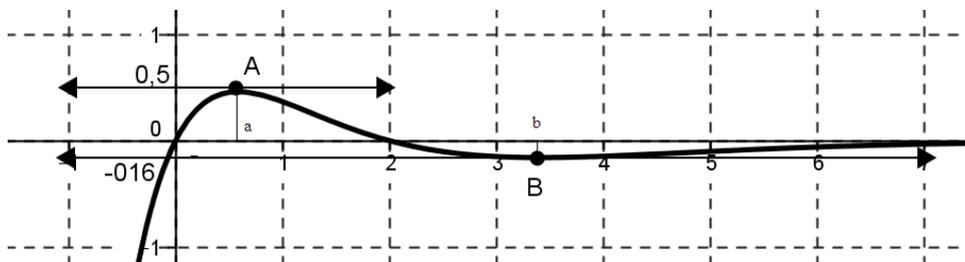
- Montrer que  $f'(x) = (2x - x^2) e^{-x}$  puis dresser graphiquement son tableau de signe.
  - Dresser le tableau de variation de  $f$ .
  - Tracer la courbe  $C_f$  de  $f$  dans un repère orthonormé (**unité 2cm**).
- Vérifier que :  $f(x) = -f'(x) + 2xe^{-x}$
  - Par une intégration par partie, calculer  $\int_0^2 xe^{-x} dx$
  - Calculer en unité d'aire, l'aire A de la partie du plan limitée par  $C_f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=0$  et  $x=2$ .
- Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur  $[0,2]$ .

  - Montrer que  $g$  est bijective de  $[0,2]$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera.
  - Tracer dans le même repère la courbe  $C_{g^{-1}}$  de  $g^{-1}$ .
  - Calculer en unité d'aire, l'aire B de la partie du plan limitée par  $C_f$ ,  $C_{g^{-1}}$  et les droites d'équations  $y=2$ ,  $x=0$  et  $x=2$

4) Soit  $U$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

- Déterminer graphiquement l'image de  $[0, +\infty[$  par  $f'$  puis déduire que si  $x \geq 0$  alors  $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$ .
- Vérifier que pour  $U_n \geq 0$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
- Monter que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ :  $U_{n+1} \leq \frac{1}{2}U_n$  et que  $U_n \leq (\frac{1}{2})^n$
- Déduire la limite de  $U$ .

**Courbe de  $f'$**



(Deux tangentes horizontales en  $A(a ; (0,5))$  et  $B(b ; (-0,16))$ )

**Bon travail**