REPUBLIQUE TUSIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION Lycée Menzel Hayet- Monastir	Mr : Afli Ahmed Devoir de Synthèse n°3		
SECTION :	Sciences Expérimentales		
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE : 3h	COEFFICIENT : 3

N.B : La qualité de la rédaction, la numérotation des pages et le respect de l'ordre des questions, constituent un élément déterminant dans l'appréciation de la copie

Exercice 1 : (3points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. /Soit f la fonction définie par f(x) = $\left(\frac{1}{5}\right)^x$,alors f '(x) est égal à :

a. $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$ b. $\frac{-\ln(5)}{5^x}$ c. $\left(\frac{1}{5}\right)^x \ln 5$

2. /Soit f la solution de l'équation différentielle : y' + 3y = 0 telle que f(0) = -1

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Le coefficient directeur de la tangente à (C) au point d'abscisse 0 est :

a. 3 b. -3 c. 0

3. /Soit X une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur l'intervalle [0,2]. Alors on a :

a. P(x=0,5) = 0,25 b. p(0,25$\leq X \leq 0,8$) = 0,3 c. $p((0,2 \leq X \leq 0,7)/(X \geq 4))$ = $\frac{3}{16}$

4. /Si Y est une variable aléatoire définie sur un ensemble fini $\mathcal{E}$ prenant les valeurs -1 et 3

et tel que son espérance E(Y)= 0, alors p(Y= -1) est égal à :

a. 0,25 b. 0,5 c. 0, 75

➢ Exercice 2 : (4points)

Un médicament est injecté par voie intraveineuse. Dans les heures qui suivent, la substance est éliminé par les reins. La quantité q_i en milligrammes, présente dans le sang à un instant t_i (en heures) a été mesurée par des prises de sang toute les deux heures. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

t_i	0	2	4	6	8
q_i	9,9	7,5	5,5	3,9	3

1. /a. Construire le nuage des points $M_i(t_i\,;\,q_i)$ correspondant à cette serie

b. Calculer les coordonnées du point moyen G et placer ce point .

c. Calculer le coefficient de corrélation de cette série. Interpréter ce résultat.

d. Déterminer une équation de la droite D d'ajustement affine de q en t par la méthode des moindres carrés.(coefficients arrondis à 10^{-2}pres)

e. En utilisant cet ajustement, quelle estimation obtient-on de la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 12 heures ? qu'en pensez-vous de ce résultat ?

2. /On pose y = ln(q)

a. compléter le tableau suivant et calculer le coefficient de corrélation r' de la série (t,y)

t_i	0	2	4	6	8
y_i = ln(q_i)					

b. On considère qu'une équation de la droite d'ajustement affine de y en t est : y = -0,15t + 2,30
Montrer que l'expression de q en fonction de t obtenue de cet ajustement est donnée par :
q = a.e^{bt} ou a et b sont deux réels que l(on déterminera.

c. En supposant que ce modèle reste valable pendant 12 heures , quelle estimation obtient-on de la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 12 heures ?

➢ Exercice 3 : (5points)

Une entreprise est spécialisée dans la fabrication en série d'un article ; on constate que chaque article produit par cette entreprise pouvait présenter deux types de défaut :

- Un défaut D1 avec une probabilité égale à 0,03
- Un défaut D2 avec une probabilité égale à 0,02

Les deux défauts sont indépendants. Un article est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts. Soit l'évènement *D* : « un article est défectueux ».

1- Montrer que *p*(*D*) = 0,0494 .

2- Un commerçant reçoit un lot de 25 articles de cette entreprise.

a. Calculer à 10^{-3} prés, la probabilité qu'il y ait exactement 2 articles défectueux dans ce lot.

b. Calculer à 10^{-3} prés, la probabilité qu'il y ait au moins 1 article défectueux dans ce lot.

c. Déterminer le nombre moyen d'article défectueux dans ce lot.

3- La durée de vie en jours de chaque article fabriqué par l'entreprise est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}0007$.

a. Calculer à 10^{-3} prés, la probabilité qu'un tel article ait une durée de vie comprise entre 700 et 1000 jours

b. Calculer la probabilité qu'un tel article ait une durée de vie égale à 850 jours.

c. Sachant qu'un article a fonctionné plus de 700 jours, quelle est la probabilité qu'il ne tombe pas en panne avant 1000 jours ?

➢ Exercice 4 :

1./Le tableau de variation ci-dessous est celui de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \frac{e^x}{1+e^x} - ln(1+e^x)$$

x	$-\infty$		$+\infty$
g '(x)		$-$	
g(x)	0	$\searrow$	$-\infty$

Préciser le signe de g(x) , pour tout réel x.

2./Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $\frac{ln(1+e^x)}{e^x}$ .On designe par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O,$\vec{i}, \vec{j}$)

a. Montrer que pour tout réel x , f '(x)= $\frac{g(x)}{e^x}$

b. Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

c. Dresser le tableau de variation de f.

d. Tracer (C)

3./Soit F la fonction définie sur]0,+ ∞[par f(x) = $\int_0^{lnx} f(t)dt$

a. Montrer que F est dérivable sur]0,+ ∞[et que F'(x) = $\frac{ln(1+x)}{x^2}$.

b. Calculer F(1) et en déduire que F(x)= $\int_1^x \frac{ln(1+t)}{t^2}dt$

c. Vérifier que pour tout réel t > 0 ; $\frac{1}{t(t+1)} = \frac{1}{t} - \frac{1}{t+1}$

d. Montrer alors, en utilisant une intégration par parties que F(x) = $2ln2 - \frac{ln(1+x)}{x} - ln\left(\frac{1+x}{x}\right)$

e. Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 1

Bonne Chance et Bonne Révision