

**Exercice n°1 (4 points)****Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.**

1) Une usine fabrique des calculatrices qui présentent deux défauts indépendants A et B et tel que  $p(A) = 0,3$  et  $p(B) = 0,5$  alors la probabilité qu'une calculatrice présente les deux défauts égal à :

- a) 0,8                                      b) 0,2                                      c) 0,15

2) Soit X un aléa numérique qui suit une loi binomiale de paramètre B (5 ; 0,2) alors  $p(X=1)$  égal à

- a)  $C_5^1(0,2)^1$                                       b)  $C_5^1(0,2)^1(0,8)^4$                                       c)  $C_5^1(0,2)^1(0,8)^5$

3) Les solutions de l'équation différentielle  $y'+2y = 4$  sont les fonctions :

- a)  $f(x) = ke^{-2x} + 2$                                       b)  $f(x) = ke^{-2x} - 2$                                       c)  $f(x) = ke^{-2x}$                                       ( $k \in \mathbb{R}$ )

4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - e^x}{e^x + 1}$  égal à :

- a) -1                                      b) 1                                      c)  $+\infty$ .

**Exercice n°2 : (6 points)**

Une étude statistique effectuée sur les jeunes d'un pays a donné les résultats suivants :

\*45% sont des filles et 55% sont des garçons.

\*Parmi les filles 90% ont terminé leurs études supérieures.

\*Parmi les garçons 80% ont terminé leurs études supérieures.

On choisie une personne au hasard. On note les événements suivants

F « La personne choisie est une fille »    G « la personne choisie est un garçon »

S « la personne choisie a terminé ses études supérieures »

1) Construire un arbre de probabilité modalisant ces résultats.

2) Calculer la probabilité des ces événements :

a) A : la personne choisie est un garçon et qui a terminé ses études supérieures.

b) B : la personne choisie est une fille et qui n'a pas terminé ses études supérieures.

3) Montrer que  $p(S) = 0,845$ .

4) Quelle est la probabilité que la personne choisie est un garçon sachant qu'il a terminé ses études supérieures.

5) On interroge indépendamment 5 personnes. Quelle est la probabilité que :

a) Au plus deux personnes ont terminé leurs études supérieures

b) Au moins une personne a terminé ses études supérieures.

6) On choisie ensuite n personnes ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) .

Quel est le nombre minimal des personnes interrogées pour que la probabilité qu'au moins une personne a terminé ses études supérieures soit supérieur strictement à 0,9.

**Exercice n°3 : (4 points)**

A l'instant  $t = 0$  (exprimé en heures), on injecte dans le corps d'un malade une dose de 2 grammes d'un antibiotique. On suppose que l'antibiotique se répartie dans le sang puis s'absorbe progressivement.

On note  $f(t)$  la masse de l'antibiotique présente dans le sang à l'instant t.

Le processus de l'absorption se modélise par l'équation différentielle (E):  $y' + 3y = 0$

1) Résoudre dans  $[0, +\infty[$  l'équation (E).

2) Déterminer l'expression de  $f(t)$  . (On rappelle que on a  $f(0) = 2$ ).

3) Déterminer la masse de l'antibiotique à l'instant  $t = 4$ .

4) On suppose que l'antibiotique perd son effet si  $f(t) \leq 10^{-4}$ .

Déterminer alors la période d'effet de cet antibiotique. (Le résultat est donné à la minute près)

**Exercice n°4 : (6 points)**

**A)** On considère les équations différentielles  $(E_1) : y' + y = 1 - e^{-x}$  et  $(E_2) y' + y = 0$

1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E_2)$ .

2) On donne  $f(x) = 1 - x e^{-x}$

a) Vérifier que  $f$  est une solution de  $(E_1)$ .

b) Montrer que  $g$  est une solution de  $(E_1)$  si et seulement si  $(g - f)$  est une solution de  $(E_2)$ .

c) Dédurre les solutions de  $(E_1)$ .

d) Déterminer la solution  $g$  de  $(E_1)$  vérifiant  $g(0) = 0$ .

**B)** On donne la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 1 - (x+1)e^{-x}$ .

1) Etudier les variations de  $g$ .

2) Tracer  $C_g$  courbe de  $g$  dans un repère orthonormé.

3) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par  $C_g$ , la droite  $D : y = 1$  et les droites  $x = 0$  et  $x = 1$ .

4) On pose  $h(x) = \ln(g(x))$ .

a) Déterminer le domaine de définition de  $h$ .

b) Dresser le tableau de variation de  $h$ .

c) Construire dans le même repère la courbe de  $h$ .

---

**Bon travail**