

Exercice 1 :(3points)

1./Soit X une variable aléatoire égal au temps mis, en minutes, par un élève pour arriver de son domicile au lycée. On suppose que X suit une loi de probabilité uniforme définie sur $[5 ; 20]$. la probabilité pour que cet élève arrive au lycée en moins de dix minutes est :

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{2}$

2./Soit Y une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres 4 et 0,3

Alors la probabilité de l'évènement $(Y > 3)$ est :

a) $(0,3)^4$ b) $C_4^3(0,3)^3(0,7)$ c) $(0,7)^4$

3./la valeur moyenne de la fonction f définie par $f(x) = 2010$ sur l'intervalle $[2009 ; 2015]$ est égale à :

a) 2010 b) 2012 c) 335

Exercice 2:(6 points)

On a représenté ci-dessous dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) la courbe (C) d'une fonction f solution de l'équation différentielle (E): $y' + y = e^{-x}$ et sa tangente au point d'abscisse (-1)

-La courbe (C) admet une branche parabolique de direction (O, \vec{j}) au voisinage de $-\infty$

-L'axe des abscisses est une asymptote à la courbe (C)

1) Par lecture graphique déterminer :

a. $f(0)$ et $f'(-1)$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

2) a. Montrer que $f'(0) = -1$

b. En déduire une équation de la tangente à (C)

point d'abscisse 0

3) a. Montrer que $f(-1) = e$

b. Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) l'axe des abscisses et les droites

d'équations $x = -1$ et $x = 0$

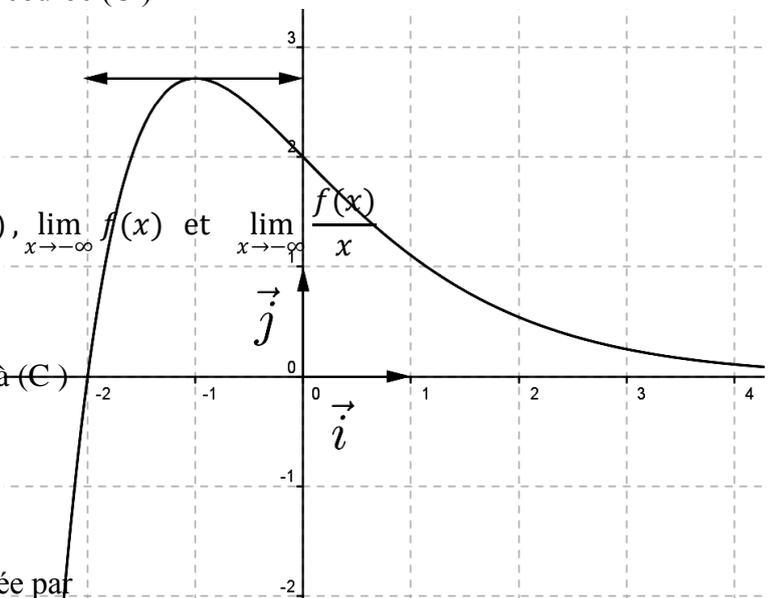
4) a. Montrer que la fonction $u(x) = xe^{-x}$ est une solution de (E).

b. Résoudre l'équation différentielle $(E_0): y' + y = 0$

c. Montrer qu'une fonction g dérivable sur \mathbb{R} est solution de (E) si et seulement si $g - u$ est solution de (E_0) .

En déduire toutes les solutions de (E).

d. Déterminer alors la fonction f



Exercice 3:(6 points)

Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^{2x}+1}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 2cm)

1./a. Déterminer la limite de f en $+\infty$

b. Montrer que la droite $D : y=x+1$ est une asymptote oblique à (C).

c. Etudier la position relative de (C) par rapport à D

2./a. Montrer que pour tout $x \in [0; +\infty[$ $f'(x) = 1 + \frac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$

b. Etudier les variations de f

c. Ecrire une équation de la tangente T à la courbe (C) au point d'abscisse 0.

3. /Construire D , T et (C).

4./a. Montrer que pour tout $x \in [0; +\infty[$, $\frac{2}{e^{2x}+1} = \frac{2e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$

b. Soit k un réel strictement positif. Calculer en fonction de k ,l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) ,la droite D et les droites d'équations respectives $x=0$ et $x=k$

Exercice 4 :(5points)

Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes : **25%** au premier fournisseur et **75%** au second.

La proportion de composants défectueux est de **3%** chez le premier fournisseur et de **2%** chez le second.

Soient les évènements : D : « le composant est défectueux »

F_1 : « le composant provient du premier fournisseur » ; F_2 : « le composant provient du second fournisseur »

1. /a. Dessiner un arbre pondéré.

b. Calculer $p(D \cap F_1)$

c. Montrer que $p(D)=0,0225$

d. Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur.

2. /Le responsable commande 20 composants. Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux soient défectueux ?

3. /La durée de vie de l'un de ces composants est une variable aléatoire notée X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ , avec λ réel strictement positif.

a. Sachant que $p(X > 5) = 0,325$, déterminer .

Par la suite on prendra $\lambda = 0,225$

b. Quelle est la probabilité qu'un composant dure moins de 8 ans ? plus de 8 ans ?

c. Quelle est la probabilité qu'un composant dure plus de 8 ans sachant qu'il a déjà duré plus de 3 ans ?