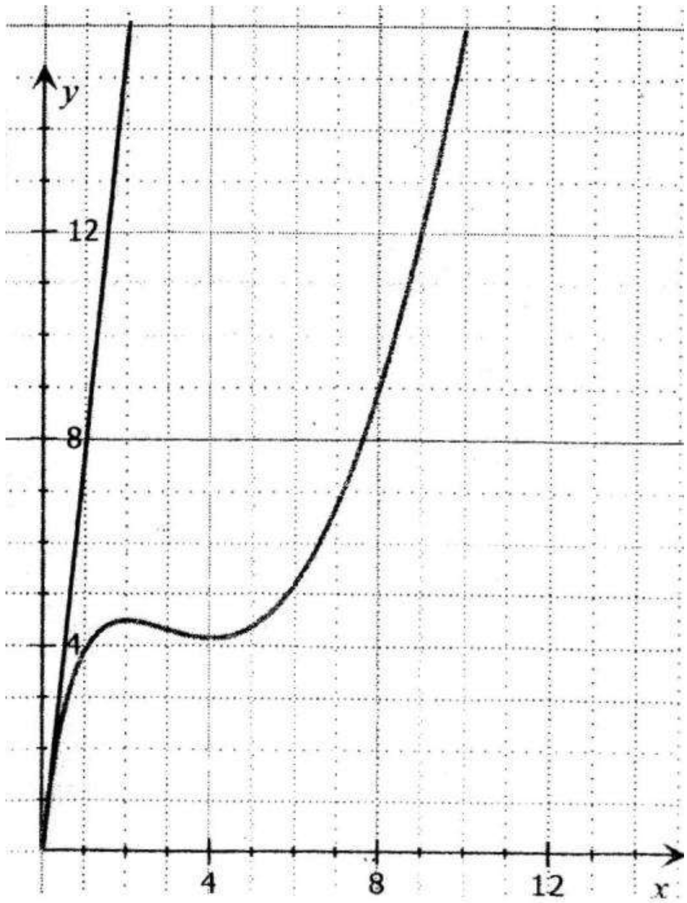
❖ EXERCICE 1 :

La courbe (C f) , ci-contre , est la représentation graphique (C_f) dans le repère orthonormé R (O ,i ,j) d'une fonction f définie sur [0 ; +∞ [. (C_f) admet aux points d'abscisses 2 et 4 des tangentes horizontales .
La tangente (T) à (C_f) au point O passe par le point A (1 , 8) .

1) a) Déterminer$\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Donner les valeurs de f '(2) , f '(4) et f '(0) .

c)Donner une équation cartésienne de la droite (T)



2)On suppose que pour tout x ∈[0 ; + ∞[, f '(x) = $\frac{ax^2+bx+c}{x+1}$
En utilisant les résultats de la question 1) b) Déterminer les valeurs de a , b et c .

3) On prend pour la suite : a = 1 , b = - 6 et c = 8 .

a)Vérifier que pour tout x de [0 ; + ∞[, f '(x) = $x - 7 + \frac{15}{x+1}$

b)Déduire alors l'expression de f (x) en fonction de x.

❖ EXERCICE 2 :

Dans la feuille annexe ci-jointe, on a représenté dans un repère orthonormé $(O, \ ,j)$ la courbe représentative (C) de la fonction logarithme népérien (ln).

1) Placer sur la courbe C les points d'abscisses $e$et .

2) Soit f la fonction définie sur 0 ,+∞ par : f(x) = $(lnx)^2 - lnx + 1$

On note (C_f) sa courbe représentative dans le repère $O, \ ,j$.

a/ Montrer que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$et$\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

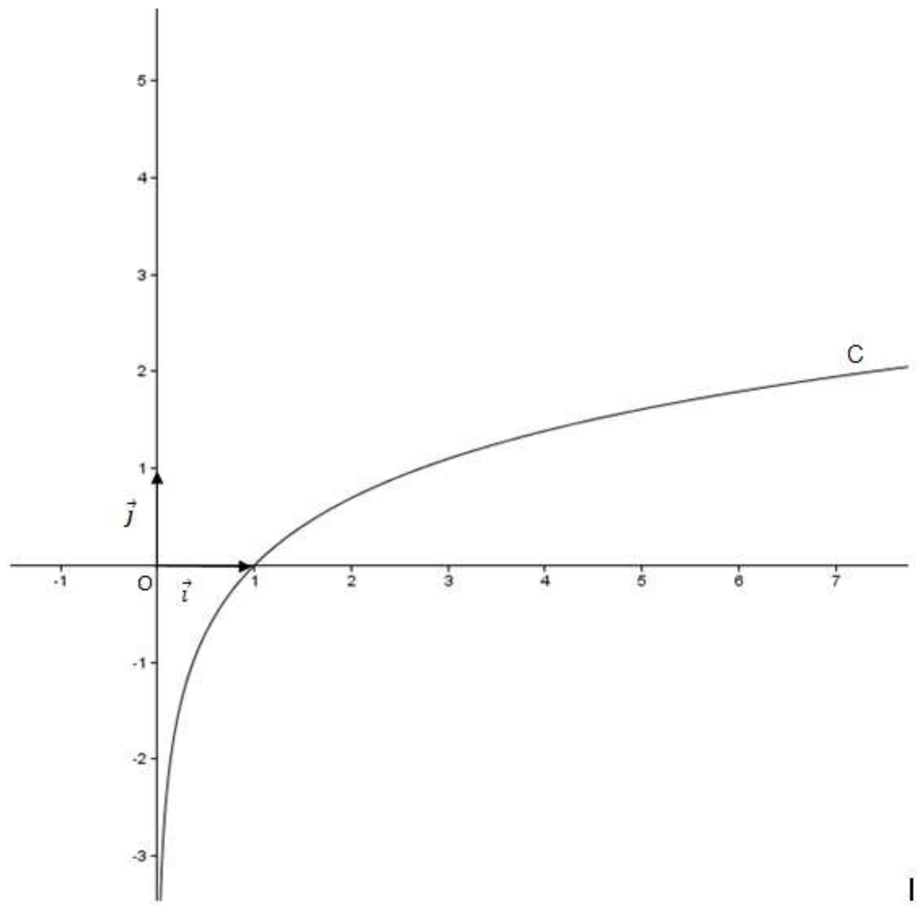
b/ Calculer$\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter géométriquement le résultat.

c/ Montrer que, pour tout x∈]0 ,+∞[,f'(x) = $\frac{2lnx-1}{x}$.

d/ Calculer f'($\sqrt{e}$), en déduire le tableau de variations de f.

3) a/ Etudier la position relative des courbes (C_f)et (C).

b/ Tracer (C_f) dans l'annexe ci-jointe. Préciser f(1) .



❖ EXERCICE 3 :

1) $Monterque\ 13\ divise 3^{n}+3^{n+1}+3^{n+2}$

2)$érifierque 3^{4}\equiv 1[5]$

$b)$ $Montrerque 3^{4p+r}\equiv 3^{r}[5]\ pourp\in IN etr\in IN$

$c)$ $Endéduirelesrestesdeladivisioneuclidiennede 3^{n} modulo\ 5\ avecn\in IN$

$d)$ $Endéduireque 3^{2012}+3^{2014} estmultiplepar\ 5$

❖ EXERCICE4 :

1) En utilisant l'algorithme d'Euclide, montrer que les nombres 87 et 31 sont premiers entre eux.

2) On considère l'équation (E) : $87x + 31y = 2$, où x et y sont deux entiers relatifs.

***a*/ Dire pourquoi cette équation admet des solutions.**

***b*/ Vérifier que le couple (a ; b)=(10 ; −28) est solution de (E).**

3) Soit l'équation E' : $87x + 31y = 0$, où x et y sont deux entiers relatifs.

***a*/ Démontrer l'équivalence :$(x\ ; y)$ est solution de (E) si, et seulement si $(x - \text{a}\ ; y - \text{b})$est solution de E' .**

***b*/ Résoudre l'équation E' .**

***c*/ En déduire l'ensemble des solutions de (E).**

❖ EXERCICE 5 :

1.) On considère l'équation (E) : $5x + 8y = 1$; $(x, y) \in \mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$

a. / Donner une solution particulière de (E)

b. / Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E)

2.) Soit p un entier naturel tel qu'il existe un couple (a , b) d'entiers tels que

- **P= 5a+2**
- **P= 8b+1**

a. / Montrer que le couple (-a , b) est solution de (E).

b. / Montrer que$P \equiv 17[40]$.

3./ un groupe de touriste entre dans un magasin et dépense 100 pièces de monnaie . Les femmes ont dépensé 5 pièces chacune et les hommes 8 pièces chacun .

Combien pouvait-il avoir d'hommes et de femmes dans ce groupe ?