L.TATAOUINE		***Mr: KHEBIR.R***
NOV 2011	# *DEVOIR DE CONTROLE N°1*	***4 MATHS 2***

" L'attention des élèves est attirée , sur le fait que la qualité de la rédaction , la clarté et la précision des raisonnement entrent pour part importante dans l'appréciation des copies"

EXERCIXE N°1 *(4,5Points)*

Pour chacune des questions suivantes une seule de trois réponses est exacte Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie

1) *La forme exponentiel de (-1-i√3)est*

a) $2e^{\frac{i4\pi}{3}}$ b) $2e^{\frac{i1\pi}{3}}$ c) $2e^{\frac{21\pi}{3}}$

2) *le nombre complexe* $\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$ *a pour argument*

a) $\frac{\pi}{12}$, b) $\frac{\pi}{4}$, c) $\frac{\pi}{3}$

3) *pour tout réel* $\theta \in [0,\pi[$, *On pose* $z = 1+e^{i\theta}$

a) $z=\bar{z}$ b) $z = 2\cos(\frac{\theta}{2})\ e^{i\theta}$ c) $\arg(z)=\frac{\theta}{2}(2\pi$

4) *Soit f une fonction définie et dérivable sur IR. On note © la courbe représentative de f dans un repère orthonormée.*
© admet la droite d'équation y = x – 1 comme asymptote en +∞.

a- $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

b- $\lim_{x\to+\infty} [f(x)-x]=0$.

c- *© admet une asymptote horizontale en +∞.*

5) *Soit f la fonction f définie sur IR* par :* $f(x) = x^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{x}\right)$

a- *La fonction f est bornée*

b- *Pour tout réel non nul on a :* $0 \le f(x) \le x^2$

c- $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$

6) *Soit f une fonction définie et dérivable sur IR /{1} dont le tableau de variation est :*

x	$-\infty$		1			3		$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$ ‖	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	1

a- L'équation f (x) = 2 admet exactement deux solutions.

b- La courbe de f admet deux asymptotes horizontales.

c- L'équation f '(x) = 0 n'admet pas des solution

EXERCIXE N°2 *(7,5Points)*

Soit f la fonction définie sur IR par :
$$\begin{cases} f(x) = x^2\left(1-\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right) & si\ x<0 \\ f(x) = \dfrac{2x^2}{1+x^2} & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

1) a-Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

b– Montrer que pour tout réel x < 0 on a: $0 \leq f(x) \leq 2x^2$

c– En déduire que f est continue à gauche en 0

2) a– Montrer que pour tout réel x < 0 on a : $2x \leq \frac{f(x)}{x} \leq 0$

b– Etudier la dérivabilité de f à gauche en 0

3) Soit g la restriction de f sur l'intervalle [0,+∞[

a- Etudier les variations de g

b– Montrer que l'équation g(x)= $\frac{1}{2}$ *admet une unique solution α dans [0,1*

c- Lequel des intervalles $\left]0,\frac{1}{2}\right[$ *et* $\left]\frac{1}{2},1\right[$ *contient - il* α *?*

<u>EXERCICE 3</u> *<u>(8 points)</u>*

Le plan complexe est muni du repère orthonormée direct $(O;\vec{u};\vec{v})$;

On appelle A et B les points du plan d'affixes respectives a = 1 et b = -1.

On considère l'application f qui, à tout point M différent du point B, d'affixe z,

fait correspondre le point M' d'affixe z' définie par $z' = \frac{z-1}{z+1}$

On fera une figure qui sera complétée tout au long de cet exercice.

1) *Déterminer les points invariants de f c'est-à-dire les points M = f(M).*

2) a- *Montrer que, pour tout nombre complexe z ≠-1, (z' - l)(z +1) = - 2.*

b- *En déduire une relation entre | z'-1 | et | z + l |,*

puis entre arg(z'-l) et arg (z + l), pour tout nombre complexe z ≠-1

c- *Traduire ces deux relations en termes de distances et d'angles.*

3) *Montrer que si M appartient au cercle (C) de centre B et de rayon 2,*

alors M ' appartient au cercle (C ') de centre A dont on précisera le rayon.

4*) Soit le point P d'affixe p = - 2 + i* $\sqrt{3}$.

a- *Déterminer la forme exponentielle de (p + 1).*

b- *Montrer que le point P appartient au cercle (C).*

c- *Soit Q le point d'affixe q = -* $\bar{p}$ *où* $\bar{p}$ *est le conjugué de p.*

Montrer que les points A, P'et Q sont alignés.

5) *En utilisant les questions précédentes, proposer une construction de l'image*

P ' du point P par l'application f .