| Lycee H. Souk Djerba<br>Prof : Loukil Mohamed | Devoir de contrôle N :1<br>Durée : 2 Heures | 4 Sc -informatique<br>Date : 11 Nov 2010 | Nom :<br>Prénom : |
|---|---|---|---|

## EXERCICE N : 1 ( 4 .5 points )

Déterminer la seule réponse correcte de chacune des propositions suivantes :

**1 )** L'écriture algébrique de $i^{2011}$ est :

**a )** -1 **b )** $i$ **c )** $-i$

**2 )** Le conjugué du nombre complexe $1 - iZ$ est :

**a )** $1 + i\overline{Z}$ **b )** $1 + iZ$ **c )** $1 - i\overline{Z}$

**3 )** Si $|Z - i| = |Z + i|$ alors :

**a )** Z est imaginaire pur **b )** Z est un réel **c )** $Z = 0$

**4 )** La fonction partie entière **E** est continue sur :

**a )** $]0, 1]$ **b )** $[0, 1[$ **c )** $[0, 1]$

**5 )** Soit la fonction k définie par : $k(x) = 1 - x^2$ alors

**a )** $k(\,]1;2[\,) = [-3;0[$ **b )** $k(\,[1;+\infty[\,) = ]-\infty;0[$ **c )** $k(\,[0;1]\,) = [0;1]$

**6 )** Soit $(U_n)$ la suite définie sur IN par : $U_n = \dfrac{(-1)^n n}{n^2+1}$ , alors :

**a )** $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$ **b )** $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$ **c )** $(U_n)$ n'a pas de limite

## EXERCICE N : 2 ( 5 points )

**A )** Soit dans ℂ l'équation : **( E )** $Z^2 + (-5 + i)Z + 8 - i = 0$ .

**1 )** Vérifier que : $Z' = 2 + i$ est une solution de **( E )** .

**2 )** Sans résoudre l'équation **( E )** , trouver sa deuxième solution $Z''$.

**B )** Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

On considère les point A , B et C d'affixes respectives : $Z_A = 2 + i$ , $Z_B = -1$ et $Z_C = 3 - 2i$ .

**1 )** Placer les points A , B et C .

**2 )** Déterminer l'affixe du point I milieu du segment [ BC ] .

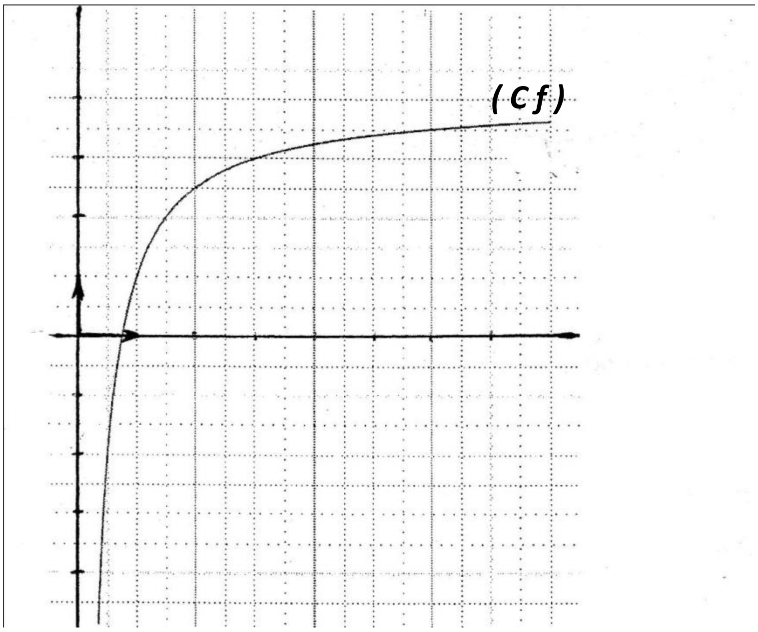
**3 ) a )** Calculer les distances AB , AC et BC

**b )** Déduire la nature du triangle ABC .

**4 ) a )** Déterminer l'affixe du point D symétrique du point A par rapport à I .

**b )** Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? justifier la réponse .

## EXERCICE N : 3 ( 4 .5 points )




On a représenté ci–dessus dans un repère orthonormé ( O , $\vec{i}$ , $\vec{j}$ ) la courbe de la fonction $f$ définie sur ] 0 ; + ∞ [ par : $f(x) = 4 - \frac{3}{x}$ .

Soit ( $U_n$ ) la suite définie sur IN par : $U_0 = 5$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ .

**1 ) a )** Tracer la droite $\Delta$ d'équation $y = x$ et représenter sur l'axe ( O , $\vec{i}$ ) les termes $U_0$ , $U_1$ et $U_2$ .

**b )** Quel conjecture sur la monotonie et la convergence peut-on faire ?

**2 ) a )** Montrer que pour tout $n \in$ IN on a : $3 \leq U_n$ .

**b )** Montrer que la suite ( $U_n$ ) est décroissante sur IN .

**c )** Montrer que la suite ( $U_n$ ) est convergente et calculer sa limite .

## EXERCICE N : 4 ( 6 points )

On considère la fonction f définie sur IR \ { 1 } par : $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 \cos(\frac{1}{x}) & \text{si} \quad x < 0 \\ \dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 1} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$

On désigne par ( C f ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé ( O , $\vec{i}$ , $\vec{j}$ ) .

**1 )** Déterminer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter graphiquement les résultats obtenus .

**2 )** Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - x]$ . Interpréter graphiquement les résultats obtenus .

**3 ) a )** Montrer que pour tout $x \in ]-\infty ; 0[$ on a : $1 - x^2 \leq f(x) \leq 1 + x^2$ .

**b )** Montrer que f est continue en 0 .

**4 )** Montrer que f est prolongeable par continuité en 1 .

**5 ) a )** Déterminer le domaine de continuité de f .( Justifier la réponse )

**b )** Sans résoudre l'équation $f(x) = 2$ montrer qu'elle admet une solution $\alpha$ dans ] 1.6 ; 1.7 [ .