Exercice 1

Soit la suite (U_n) est une suite arithmétique de raison r.

1) On donne : $U_5 = 8$, $r = 3$. Calculer U_1, U_{20} et U_{101}.

2) On donne : $U_3 = 23$, $U_8 = 7$. Calculer r, U_5 et U_{17}.

3) On donne : $U_7 = 4/3$, $U_{13} = 17/9$. Calculer U_0.

Exercice 2

Soit la suite (U_n) définie par $U_n = 7 - 3n$.

1) Calculer U_0, U_1 et U_2.

2) Démontrer que (U_n) est une suite arithmétique et déterminer la raison de la suite.

3) Quelle est la valeur du 50ème terme ?

4) Calculer la somme des 50 premiers termes.

Exercice 3

Trouver la valeur de U_0 premier terme de la suite arithmétique dont la raison r est égale à 14 et $U_{23} = 54$.

Exercice 4

Calculer la somme des entiers naturels qui sont compris entre 1000 et 10000. ($1000 \leq termes \leq 10000$).

Exercice 5

Soit la suite arithmétique (U_n) de raison r dont on connait deux termes : $U_{100} = 90$ et $U_{1000} = 900$.

1) Calculer la raison r et U_0.

2) Calculer la somme $S = U_{100} + U_{101} + U_{102} + U_{103} + \dots\dots\dots + U_{1000}$.

Exercice 6

Soit (U_n) une suite géométrique telle que $U_0 = 7$ et sa raison est égale à 3.

1) Calculer les trois premiers termes de cette suite qui suivent U_0.

2) Calculer U_9.

3) Calculer la somme $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_9$.

Exercice 7

Déterminer le nombre a tel les 3 nombres suivant : 7, a et 8 soient les termes consécutifs d'une suite géométrique.

Exercice 8

Calculer la valeur exacte de la somme suivante : $S = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + ... + 4096$.

Exercice 9

Calculer le $10^{ème}$ terme et le $35^{ème}$ terme de la suite géométrique de premier terme $U_1 = 0{,}9$ de raison $q = 2$.

Exercice 10

Calculer la raison positive d'une suite géométrique sachant que : $U_3 = 3$ et $U_5 = 12$.

****

Correction

Exercice 1

1) On sait que $U_n = U_1 + r \times (n-1)$ d'où $U_5 = U_1 + 3 \times (5-1) = 8$ donc $U_1 = 8 - 12$; $\underline{\mathbf{U_1 = -4}}$

$U_{20} = U_1 + r \times (20-1) = -4 + 3 \times (20-1) = \underline{\mathbf{53}}$; $\underline{\mathbf{U_{20} = 53}}$ et $\mathbf{U_{101}} = -4 + 3 \times (101-1) = \underline{\mathbf{296.}}$

2) On a $U_3 - U_8 = U_1 + r \times (3-1) - [U_1 + r \times (8-1)] = 2r - 7r = -5r$ or $U_3 - U_8 = 23 - 7 = 16$

Donc $-5r = 16$ d' où $\mathbf{r = \underline{-16/5}.}$

$U_5 = U_3 + 2r = 23 - 32/5 = \mathbf{83/5}$

$U_{17} = U_5 + (17-5)\,r = 83/5 + 12\,r = 83/5 + 12\times(-16/5) = 83/5 - 192/5 = \underline{\mathbf{-109/5}}$

3) On a $U_7 - U_{13} = (7-13)\,r = -6\,r$ or $U_7 - U_{13} = 4/3 - 17/9 = 12/9 - 17/9 = -5/9$ d'où $r = 5/54$

$U_7 = U_0 + 7r$ d'où $U_0 = U_7 - 7r$; $U_0 = 4/3 - 7 \times 5/54 = 72/54 - 35/54$, $\underline{\mathbf{U_0 = 37/54}}$

Exercice 2

1) $U_0 = 7 - 3 \times 0$; $U_1 = 7 - 3 \times 1 = 4$ $U_2 = 7 - 3 \times 2 = 1$; $\underline{\mathbf{U_0 = 7}}$; $\underline{\mathbf{U_1 = 4}}$; $\underline{\mathbf{U_2 = 1}}$

2) Montrons que $U_n - U_{n-1}$ est constant pour tout n supérieur ou égal à 1.

$U_n - U_{n-1} = 7 - 3n - (7 - 3(n-1)) = 7 - 3n - 7 + 3(n-1) = 7 - 3n - 7 + 3n - 3$; $\underline{\mathbf{U_n - U_{n-1} = -3}}$.

La suite (U_n) est une suite arithmétique dont la raison r égale à -3.

3) Le 50ème terme est $U_{49} = U_0 + nr = 7 + 49 \times(-3)$; $\underline{\mathbf{U_{49} = 140}}$

Exercice 3

$U_n = U_0 + nr$ d'où $U_{23} = U_0 + 23r$ et $U_0 = U_{23} - 23r$; $U_0 = 54 - 23 \times 14 = -268$. $\underline{\mathbf{U_0 = -268.}}$

Exercice 4

Soit S_{999} la somme des 999 premiers entiers naturels :
$S_{999} = 1 + 2 + 3 + ... + 999 = [\,(1 + 999) \times 999\,] \div 2 = 1001000 \div 2 = 499500$
Soit S_{10000} la somme des 10000 premiers entiers naturels :
$S_{10000} = 1 + 2 + 3 + ... + 999 + 10000 = [\,(1 + 10000) \times 10000\,] \div 2 = 100010000 \div 2 = 50005000.$
D’où on obtient: $1000 + 1001 + ... + 9999 + 10000 = S_{10000} - S_{999} = 50005000 - 499500 = \underline{\mathbf{49505500.}}$

Exercice 5

1) $U_{100} = 90$ et $U_{1000} = 900$ on sait que $U_{100} = U_0 + 100r$ et $U_{1000} = U_0 + 1000r$ alors
$U_{1000} - U_{100} = 900r = 900 - 90 = 810$ d'où $\underline{\mathbf{r = 9/10}}$; $U_0 = 90 - 100r = 90 - 100\times 9/10 = 0$. $\underline{\mathbf{U_0 = 0}}$
2) Soit S : la somme de U_{100} à U_{1000} $S = U_{100} + U_{101} + U_{102} + U_{103} + \ldots\ldots\ldots + U_{1000}$
S = Nombre de termes de U_{100} à $U_{1000} \times (U_{100} + U_{1000})/2$

$S = 901 \times \left(\frac{90+900}{2}\right)$; $\underline{\mathbf{S = 445995}}$

Exercice 6

U_n est une suite géométrique de raison $q = 3$ donc $U_n = q^n \times U_0 = 3^n \times U_0$

1) $\mathbf{U_0 = 7}$; $U_1 = 3 \times U_0 = 3 \times 7 = \underline{\mathbf{21}}$; $U_2 = 3^2 \times U_0 = \underline{\mathbf{63}}$; $U_3 = 3^3 \times U_0 = 27 \times 7 = \underline{\mathbf{189}}$

U_1 U_2 et U_3 sont les trois termes qui suivent U_0

2) $U_n = q^n \times U_0$ d'où $U_9 = 3^9 \times 7$; $\underline{\mathbf{U_9 = 137781}}$

3) S = (Premier terme de S) $\times \left(\frac{q^N - 1}{q-1}\right)$ avec N : nombre de termes de la somme

$S = U_0 + U_1 + \ldots + U_9 = 7 \times [3^{10} - 1] \div [3 - 1] = 7 \times [3^{10} - 1] \div 2 = 206668.$ $\underline{\mathbf{S = 206668}}$

Exercice 7

Soit q la raison de cette suite géométrique on a alors :

$a = 7 \times q$ et $8 = q \times a$ d'où $8 = 7 \times q^2$; $q = \pm\sqrt{\frac{8}{7}}$ Donc $a = \sqrt{56}$ ou $a = -\sqrt{56}$

7, $\sqrt{56}$ et 8 sont alors les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q = \sqrt{\frac{8}{7}}$

7, - $\sqrt{56}$ et 8 sont alors les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q = -\sqrt{\frac{8}{7}}$

Exercice 8

$S = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - 128 + 256 + \ldots - 2048 + 4096$

S est la somme de N termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q= -2 et de premier terme $U_0=1$

Soit $U_p= 4096$ Calculons p

$U_p= 4096 = q^p \times U_0 = (-2)^p \times 1$ donc $(-2)^p = 4096$ $\underline{\mathbf{p = 12}}$

$S = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + \ldots\ldots\ldots + U_{12}$

S = (Premier terme de S) $\times \left(\frac{q^N - 1}{q-1}\right)$ avec $N = 13$: nombre de termes de la somme

$S = 1 \times [(-2)^{13} - 1] \div [-2 - 1] = -8193/3$; $\underline{\mathbf{S = 2731}}$

Exercice 9

$U_n = q^{n-1} \times U_1$ alors $U_{10} = 2^9 \times 0{,}9$ $\underline{\mathbf{U_{10} = 460{,}8}}$ et $U_{35} = 2^{34} \times 0{,}9$

Exercice 10

$U_n = q^n \times U_0$ alors $U_3 = q^3 \times U_0 = 3$ et $U_5 = q^5 \times U_0 = 12$. D'où $U_5 / U_3 = q^2 = 12 / 3 = 4$ d'où $q = 2$