Sujet de révision n°5 (Bac science)

Exercice n°1

Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(\frac{1}{e^{2x}-x})$ égal a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

2) Soit z = $1-e^{ix}$ où x $\in [\pi, 2\pi]$. L'écriture sous forme exponentielle de z est :

a) z $=2\,Cos(\frac{x}{2})e^{i\frac{x}{2}}$ b) z $=2\,Sin(\frac{x}{2})e^{i(\frac{x+\pi}{2})}$ c) z $=2\,Sin(\frac{x}{2})e^{i(\frac{x+3\pi}{2})}$

3) Soit La fonction f définie sur IR par $f(x) = 2^x$ alors f'(x) égal à:

a) $x \times 2^x$ b) $\ln 2 \times 2^x$ c) $e^2 \times 2^x$

Exercice n°2

1) On considère P (z) = z^3-4z^2+6z-4, où *z* est un nombre complexe.

a) Montrer que l'équation P(z) =0 admet une solution réel que l'on déterminera.

b) Déterminer les nombres réels *b* et *c* tels que P (z)=(z-2)(z^2 + bz + c).

c) Résoudre dans C l'équation P (z)=0.

2/ Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

a) Placer les points A, B et C d'affixes respectives Z_A=2, Z_B =1+i et Z_c =1-i.

b) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.

3) A tout point M du plan d'affixe z on lui associe le point M' d'affixe z' tel que :

Z' = f(z) $= \frac{iz-1-i}{z-2}$ où z≠2

a) Montrer qu'il existe deux points fixes dont on déterminera leurs affixes.

b) Montre que $|z'| = \frac{CM}{AM}$ et déterminer l'ensemble des points M lorsque OM' =1.

c) Montrer que |z' –i| |z-2|= $\sqrt{2}$ .Déduire l'ensemble des points M' lorsque m varie sur le cercle de centre A et de rayon 1.

Exercice n°3

Soit l'ensembles d'équation : $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z-3=0$.

1) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre et le rayon.

2)a) vérifier que le point A (-3, 1,1) appartient à S.

b) Donner une équation du plan P passant par A et tangent à S.

3) a) Déterminer une équation du plan Q plan médiateur du [AI].

b) Montrer que S et Q sont sécante en un cercle dont on précisera son centre et son rayon.

c) Déterminer une équation de la sphère tangente aux plans P et Q.

4) Soit B (2, 2,-1) et C (-1, 2,2).

a) vérifier que B et c sont deux points de S.

b) Calculer le volume du tétraèdre IABC.

Exercice n°4

Soit la suite définie sur IN* par $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^x dx$.

1) a) Par une intégration par partie, calculer I_1.

b) Par une intégration par partie montrer que : $I_{n+1} = (n+1)I_n - 1$.

c) En déduire l'aire de la partie du plan limitée par la courbe de la fonction f définie par $f(x) = (1-x)^2e^x$, l'axe des abscisses et les droites d'équation x=0 et x=1.

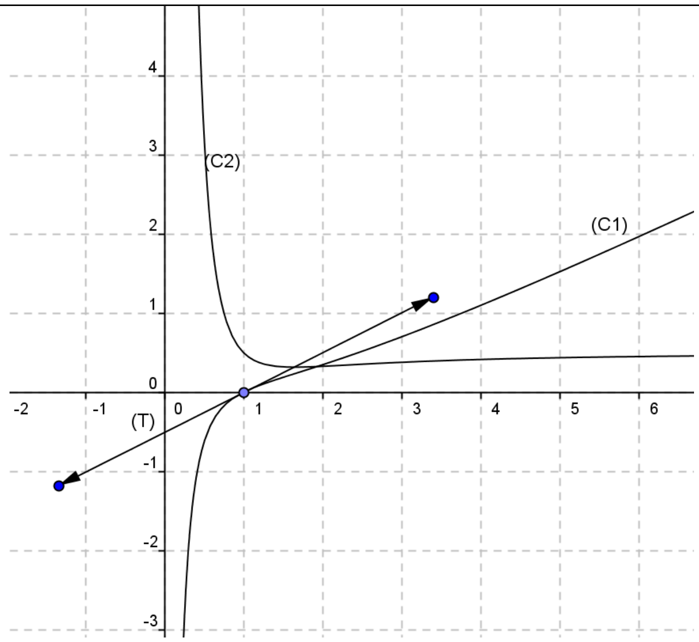
2) a)Montrer que pour tout x de [0,1] on a : $0 \le (1-x)^n e^x \le (1-x)^n e$

b) En déduire que : $0 \le I_n \le \frac{e}{n+1}$

c) calculer la limite de (I_n).

Exercice n°5

Soit une fonction f définie sur $]0,+\infty[$ et f' sa fonction dérivée.
Soit (C1) et (C2) leurs courbes dans le graphe ci contre.
(T) est la tangente à (C1) au point d'abscisse 1.



1) a)Identifier la courbe de chaque fonction f et f' en justifiant votre réponse.
b) Calculer f(1) et f'(1).
c) Dresser le tableau de variation de f.

2) On suppose dans la suite que $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} + \frac{1+\ln x}{x}$

a) Calculer : $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que $f'(x) = \frac{x^2 - 2\ln x}{2x^2}$.

3) a) Montrer que la droite D : $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ est une asymptotes à C_f au voisinage de $+\infty$.

b) Etudier la position de C_f et D.
4) Soit $h(x) = (\ln x)^2$.
a) Calculer h'(x).
b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C_f, la droite D et les droites x=1 et x=e.
5) Soit la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $F(x) = e^{f(x)}$ et F(0)=0.
a) Montrer que F est continue à droite de 0.
b) Etudier la dérivabilité de F à droite de 0 et interpréter graphiquement le résultat
c) Dresser le tableau de variation de F.
d) Construire dans un repère orthonormé la courbe de F.