بقدر الكدّ تكتسب المعالي ومن طلب العلا سهر الليالي
ومن رام العلا من غير كد أضاع العمر في طلب المحال

❖❖EXERCICE 1❖❖

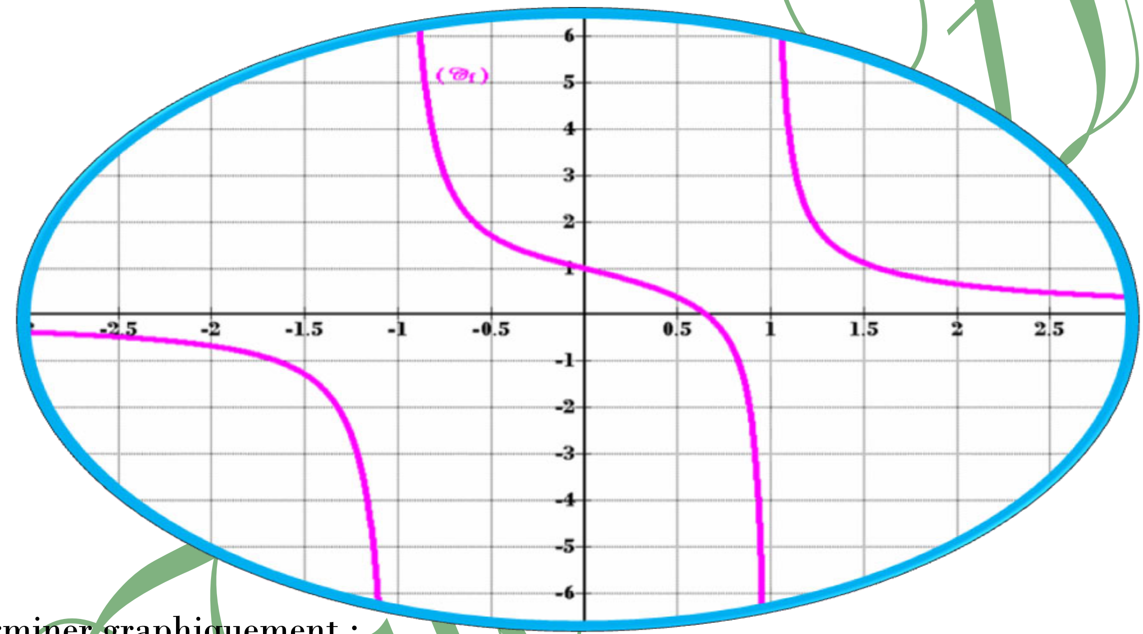
Calculer les limites suivants :

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3x^2+5x-6}{x-x^2+13}\ ;\quad \lim_{x\to\pm\infty}\frac{-3x^5+6x^3-2x+1}{x^4-x^2+23x-\sqrt{2}}\ ;\quad \lim_{x\to\pm\infty}\frac{5x^3-\sqrt{5}x+4}{x^6-x^2+13}\ ;\quad \lim_{x\to(-1)}\frac{x^2+6x+5}{x+1}$$

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}\ ;\quad \lim_{x\to2}\frac{|x(x-2)|}{x(x^2-x-2)}\ ;\quad \lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+2x-5}}{2x}\ ;\quad \lim_{x\to4}\frac{\sqrt{2x-3}-\sqrt{x+1}}{x-4}$$

$$\lim_{x\to1}\frac{\cos(x-1)-1}{x^2+2x-3}\ ;\quad \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\tan(x)\ ;\quad \lim_{x\to0}\frac{\sin(x)+\sin(2x)}{\sin(x)-\sin(2x)}\ ;\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{x-\cos^2(x)}{2+\cos(x)}$$

❖❖EXERCICE 2❖❖



Déterminer graphiquement :

1- Le domaine de définition de la fonction f .

2- Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

❖❖EXERCICE 3❖❖

Soit $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{si } x\in[-1,+\infty[\setminus\{0\}\\ a & \text{si } x=0\end{cases}$

Déterminer la valeurs de a pour que f soit continue en 0 .

❖❖EXERCICE 4❖❖

soit $g(x)=\sqrt{x+2}-\sqrt{x}$

1- Déterminer D_g .

2- Montrer que pour tout $x\in D_g$, on a : $g(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}$

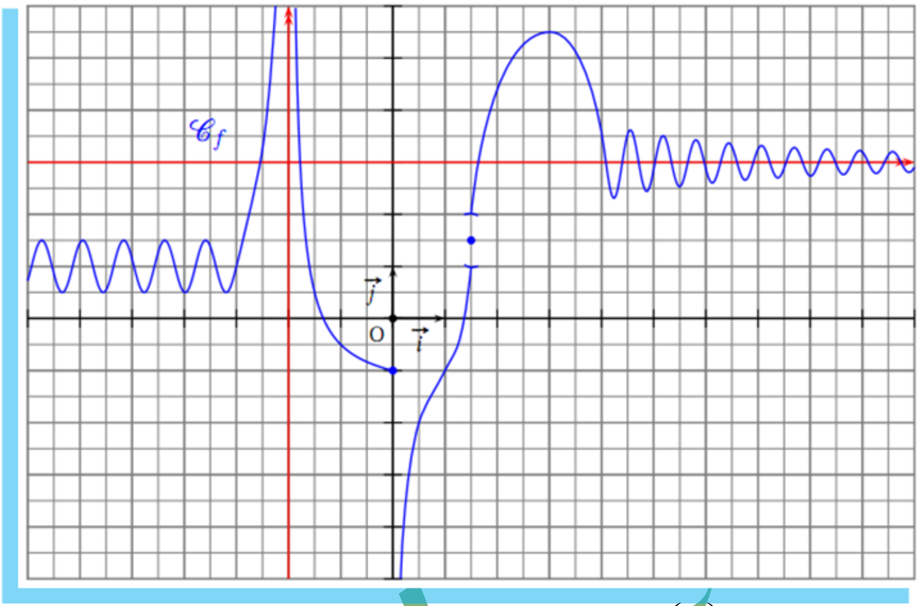
Enseignant : Abdessattar El-Faleh *** Année Scolaire 2010-2011

3- Montrer que pour tout $x \in D_g \setminus \{0\}$, on a : $0 \leq g(x) \leq \dfrac{2}{\sqrt{x}}$

4- En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

❖❖EXERCICE 5❖❖

La courbe (C_h)ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction h dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.On suppose que son tracé en dehors de la fenêtre graphique se prolonge en conservant la même allure.



1- Déterminer graphiquement $h(-3)$; $h(3)$; $h(0)$ et $h\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

2- Déterminer graphiquement D_h.

3- Déterminer $\lim\limits_{x \to (-2)} h(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$.

4- La fonction h admet-elle une limite en $-\infty$.

5- a) Déterminer $\lim\limits_{x \to 0^-} h(x)$

b) Déterminer $\lim\limits_{x \to 0^+} h(x)$

c) La fonction déterminer h admet-elle une limite en 0 ?

6- La fonction déterminer h admet-elle une limite en $\dfrac{3}{2}$?

❖❖EXERCICE 6❖❖

Soit $f(x) = \dfrac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{x}$

1- Déterminer D_f.

2- Montrer que pour tout $x \geq 0$, on a : $4x^2 \leq 4x^2 + x + 1 \leq (2x+1)^2$

3- En déduire que pour tout $x > 0$, on a : $2 \leq f(x) \leq \dfrac{2x+1}{x}$

4- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

❖❖EXERCICE 7❖❖

Soit $f(x)=x\sqrt{1-x}$

1- Déterminer D_f.

2- Dresser le tableau de variation de f

3- a) Montrer que l'équation $f(x)=-\frac{1}{n}\,;n\in\mathbb{N}^*$ admet dans $]-\infty,1]$ une unique solution U_n.

b) Comparer $f(U_n)$ et $f(U_{n+1})$

c) En déduire la monotonie de $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

❖❖EXERCICE 8❖❖

Soient $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x+2}-1}{4x^2-1} & \text{si } x\neq -\dfrac{1}{2}\\ -\dfrac{1}{4} & \text{si } x=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$ et $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{1-\cos(2x)} & \text{si } x\in\,]-\pi,0[\\ \dfrac{\sin(x)}{\sqrt{x+1}-1} & \text{si } x\in\,]0,\pi[\end{cases}$

1- Déterminer D_f et D_g

2- Etudier la continuité de f en $\left(-\frac{1}{2}\right)$ et la continuité de g en 0.

❖❖EXERCICE 9❖❖

Soit $g(x)=\tan(x)+x-1 \quad ; \quad x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

1- Montrer que g est continue sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$.

2- Etudier la monotonie de g sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$.

3- Déterminer $g\left(\left[0,\frac{\pi}{2}\right[\right)$

4- En déduire que l'équation $\tan(x)=1-x$ admet une unique solution $\alpha\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

❖❖EXERCICE 10❖❖

1- Montrer que l'équation $x^3+3x-5=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α.

2- Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} prés.

❖❖EXERCICE 11❖❖

Soit $\psi(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+x+1}+2x & \text{si } x\le 0\\ \dfrac{x^3-5x+4}{4(1-x)} & \text{si } x\in\,]0,1[\\ \dfrac{x+\cos(\pi x)}{2-\cos(\pi x)} & \text{si } x\ge 1\end{cases}$

1- a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\psi(x)$

b) Montrer que pour tout $x\ge 1$, on a : $\psi(x)\ge\dfrac{x-1}{3}$. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty}\psi(x)$

2- Etudier la continuité de ψ en 0 et en 1

❖❖EXERCICE 12❖❖

Soit φ une fonction continue sur $\mathbb{R}$ telle que :

$\forall x\in\mathbb{R}_+^*,\ f\left(\dfrac{2}{x}\right)\le f\left[1+\cos(x)\right]\le f\left(\dfrac{2+x^2}{1+x^3}\right)$

Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left[1+\cos(x)\right]$

❖❖EXERCICE 13❖❖

On désigne par E la fonction partie entière.

1- Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a : $E(x^2)\in\mathbb{N}$

2- Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{E(x^2)}=+\infty$