

Exercice n°1.

Dans cet exercice les probabilités demandées seront données sous forme fractionnaire. Lors d'une enquête réalisée auprès d'élèves de classes de terminale, on apprend que 60 % des élèves sont des filles. De plus 40 % des filles et 30 % des garçons fument.

1. On choisit un élève au hasard. On note A l'événement « l'élève choisi fume » et P(A) la probabilité de cet événement. On note F l'événement « l'élève choisi est une fille ».

Quelle est la probabilité que :

- a) cet élève soit un garçon ?
- b) cet élève soit une fille qui fume ?
- c) cet élève soit un garçon qui fume ?

2. En déduire, en le justifiant, que $P(A) = 9/25$.

3. L'enquête permet de savoir que :

. Parmi les élèves fumeurs, la moitié ont des parents qui fument ;

. Parmi les élèves non fumeurs, 65 % ont des parents non fumeurs.

On note B l'événement « l'élève choisi a des parents fumeurs ».

- a) Traduire cette partie de l'énoncé par un arbre de probabilités.
- b) Calculer la probabilité $P(A \cap B)$.
- c) Calculer les probabilités $P(\bar{A})$ et $P(A/B)$. En déduire $P(\bar{A} \cap B)$.
- d) En déduire, en le justifiant, P(B)

Exercice n°2

Une entreprise vend des calculatrices d'une certaine marque. Le service après-vente s'est aperçu qu'elles pouvaient présenter deux types de défauts, l'un lié au clavier et l'autre lié à l'affichage. Des études statistiques ont permis à l'entreprise d'utiliser la modélisation suivante : la probabilité pour une calculatrice tirée au hasard de présenter un défaut de clavier est égale à 0,04.

En présence du défaut de clavier, la probabilité que la calculatrice soit en panne d'affichage est de 0,03. Alors qu'en l'absence de défaut de clavier, la probabilité de ne pas présenter de défaut d'affichage est 0,94.

On note :

- C l'événement : « La calculatrice présente un défaut de clavier » ;
- A l'événement : « La calculatrice présente un défaut d'affichage ».

On notera $p(E)$ la probabilité de l'événement E. L'événement contraire de E sera noté \bar{E} .

$P_F(E)$ désignera la probabilité conditionnelle de l'événement E par rapport à l'événement F.

Dans cet exercice, les probabilités seront écrites sous forme de nombres décimaux arrondis au millième.

1. a) Préciser à l'aide de l'énoncé les probabilités suivantes :

$P(\bar{A} / \bar{C})$, $P_C(A)$ et $P(C)$.

b) Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

2. On choisit une calculatrice de cette marque au hasard.

a) Calculer la probabilité que la calculatrice présente les deux défauts.

b) Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente le défaut d'affichage mais pas le défaut de clavier.

c) En déduire P(A).

d) Montrer que la probabilité de l'événement « la calculatrice ne présente aucun défaut » arrondie au millième est égale à 0,902.

3. Un client choisit au hasard trois calculatrices de cette marque.

a) Calculer la probabilité pour que les trois calculatrices ne présente aucun défaut.

b) Calculer la probabilité pour qu'au moins une calculatrice ait un défaut.

Exercice n°3.

Une population active.

Dans une région, 45 % de la population active sont des hommes. On sait aussi que 5 % des femmes et 4 % des hommes de cette population active sont au chômage. On interroge au hasard une personne de cette région. On note F l'événement "être une femme", H l'événement "être un homme", et C l'événement "être au chômage".

1 Quelles sont les probabilités $p(H)$; $p(F)$; $p(C/F)$; $p(C/H)$?

2 En remarquant que $C = (C \cap F) \cup (C \cap H)$, calculer la probabilité pour qu'un individu pris au hasard soit au chômage.

3 Sachant que la personne interrogée est au chômage, quelle est la probabilité pour que ce soit une femme ? un homme ?

Exercice n°4.

Une entreprise produisant des pellicules dispose de 3 ateliers n°1, n°2, n°3, qui fabriquent respectivement 20%, 50% et 30% de la production de l'entreprise.

Pour chaque pellicule on note :

E l'événement : la pellicule est produite par l'entreprise (E est l'événement certain).

B_1 l'événement : la pellicule est produite par l'atelier n°1.

B_2 l'événement : la pellicule est produite par l'atelier n°2.

B_3 l'événement : la pellicule est produite par l'atelier n°3.

D l'événement : la pellicule est défectueuse.

Sachant que les proportions des pellicules défectueuses fabriquées par les ateliers n°1, n°2, n°3 sont respectivement égales à 0,05 ; 0,03 et 0,04 ; Calculer :

1° la probabilité pour qu'une pellicule produite soit défectueuse.

2° la probabilité pour qu'une pellicule défectueuse provienne de l'atelier n°1.

Exercice n°5.

Une maladie atteint 3 % d'une population donnée. Dans ce qui suit on appellera "malades" les individus atteints de cette maladie et "bien portants" ceux qui ne le sont pas. On dispose d'un test pour la détecter. Ce test donne les résultats suivants :

chez les individus malades, 95 % de tests positifs et 5 % de tests négatifs ;

chez les individus bien portants, 2 % de tests positifs et 98 % de tests négatifs.

On décide d'hospitaliser tous les individus ayant un test positif.

On note :

M l'événement " être malade " ;

\bar{M} l'événement contraire ;

T l'événement " avoir un test positif " ;

\bar{T} l'événement contraire.

1. Calculer la probabilité de l'événement " M et T " [c'est-à-dire $P(M \cap T)$] et la probabilité de l'événement " \bar{M} et T " [c'est-à-dire $P(\bar{M} \cap T)$]. En déduire $P(T)$ et $P(\bar{T})$.

2.a. Calculer la probabilité d'être bien portant parmi les individus hospitalisés.

2.b. On considère un échantillon de 10 personnes prises de façon indépendante parmi les personnes hospitalisées. Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins une personne bien portante parmi elles ?

On donnera tous les résultats à 10^{-4} près.

Exercice n°6.

Un sondage est effectué dans une société comprenant 40 % de cadres et 60 % d'employés. On sait que 20 % des cadres et 10 % des employés de cette société savent parler l'anglais.

1. On interroge un individu au hasard ; quelle est la probabilité pour que ce soit :

1.a un cadre sachant parler l'anglais ;

1.b un employé sachant parler l'anglais ;

1.c une personne sachant parler l'anglais.

2. L'individu interrogé sait parler l'anglais. Quelle est la probabilité pour que ce soit un employé ?

Exercice n°7

Une usine d'emballage de pommes est approvisionnée par trois producteurs. Le premier producteur fournit 70 % de l'approvisionnement de cette usine, le reste étant également partagé entre le deuxième producteur et le troisième.

Avant d'être emballées, les pommes sont calibrées par une machine pour les trier selon leur diamètre. Les pommes dont le diamètre est conforme aux normes en vigueur sont emballées, les autres, dites « hors calibre », sont rejetées.

Il a été constaté que :

20 % des pommes fournies par le premier producteur sont hors calibre,

5 % des pommes fournies par le second producteur sont hors calibre et

4 % des pommes fournies par le troisième producteur sont hors calibre.

Chaque jour les pommes livrées par les différents producteurs sont entreposées dans le même hangar. Pour l'étude du problème qui suit, on convient qu'elles sont bien mélangées.

Un contrôle de qualité sur les pommes est effectué de la manière suivante:

Un contrôleur choisit de manière aléatoire une pomme dans ce hangar, puis mesure son

diamètre pour déterminer si elle est de « bon calibre » ou « hors calibre ». Un mercredi matin, un contrôle de qualité est effectué par le contrôleur de la manière décrite ci-dessus.

On appellera : F_1 l'événement : « la pomme prélevée provient du premier producteur »

F_2 l'événement : « la pomme prélevée provient du deuxième producteur »

F_3 l'événement : « la pomme prélevée provient du troisième producteur »

C l'événement : « la pomme prélevée a un bon calibre »

\bar{C} L'événement : « la pomme prélevée est hors calibre ».

Tous les résultats de cet exercice seront donnés à 10^{-4} près.

1) Déterminer les probabilités des événements F_2 et F_3 .

2) Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

3) Justifier que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre et provienne du troisième producteur est 0,1440.

4) Montrer que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre est : 0,8465.

5) La pomme mesurée est hors calibre. Le contrôleur affirme :

« Cette pomme provient très probablement du premier producteur ».

Quel calcul permet de justifier cette affirmation ?

Faire ce calcul et conclure