Lycée ibn El Haythm
Bengardene
2009/ 2010

Devoir de synthèse n°2
Bac inf
Durée : 3 heurs

Professeur :
Guetat
Chouchane

Exercice n°1 : (5 points)

Cet exercice constitue un questionnaire à choix multiples. Les questions sont indépendantes les unes des autres .pour chaque question, une seule des réponse est exacte.
Le candidat indique sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Barème : une réponse juste rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0.5, l'absence de réponse n'enlève et ne rapporte aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, la note est ramenée à 0

1) le nombre réel $\frac{Lne}{Ln(e^2)}$ est égal à :

   a) Ln $(\frac{1}{e})$ b) $\frac{1}{e}$ c) $\frac{1}{2}$

2) une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction logarithme népérien au point d'abscisse e est :

   a) y = x – e b) y = $\frac{1}{e}$x c) y = $\frac{1}{e}$x – 1

3) une primitive F de la fonction f définie sur]0, +∞ [par f(x) = $\frac{Ln(x)}{x}$

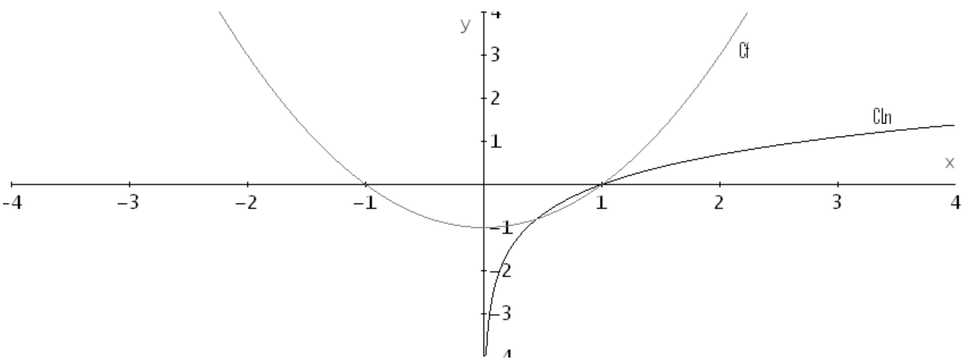
   a) F(x) = Ln ($|$ Ln(x) $|$) b) $\frac{1}{2}$ $(Ln(x))^2$ c) $\frac{1-Ln(x)}{x^2}$

4) on considère la fonction définie sur]0, +∞ [par f(x) = 2x-1 + $\frac{Ln(x)}{x}$

Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction f admet au voisinage de +∞

   a) l'axe des abscisses comme asymptote horizontale
   b) la droite d'équation y = 2x comme asymptote oblique
   c) la droite d'équation y = 2x-1 comme asymptote oblique

5) on considère la fonction logarithme népérien et la fonction f définie sur IR par f(x) = x^2-1
   On donne ci-dessous les courbes représentatives de ces deux fonctions dans un repère orthogonal.
   Dans IR, l'équation Ln(x) = x^2-1 admet :
   a) une solution
   b) deux solutions de signes contraires
   c) deux solutions positives



Exercice n°2 : (7points)

Le candidat pourra utiliser les résultats de la partie A dans la partie B, même s'il ne les a pas établis.

PARTIE A

On admet les éléments du tableau de signe ci-dessous

x	$0 \qquad 1 \qquad +\infty$
Signe de $\frac{6}{x} - 6x^2$	$\|\| \qquad + \qquad 0 \qquad -$

Soit g la fonction définie sur$]0, +\infty[$ par $g(x) = 6\ln(x) - 2x^3 - 3$. on désigne par g' la fonction dérivée de g

1) Calculer g'(x)
2) Déterminer le sens de variation de la fonction g sur$]0, +\infty[$. On ne demande pas les limites dans cette question
3) En déduire que $g(x) < 0$ pour tout $x \in]0, +\infty[$.

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle$]0, +\infty[$par $f(x) = x + \frac{3\ln(x)}{2x^2}$. On désigne par Cf la courbe représentative de f dans un repère orthogonal

1) Déterminer la limite de f en 0. interpréter graphiquement le résultat
2) Justifier que la droite D d'équation $y = x$ est une asymptote à Cf au voisinage de $+\infty$
3) On désigne par f ' la fonction dérivée de f.
   a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = -\frac{g(x)}{2x^3}$
   b) En déduire le tableau de variations de f sur$]0, +\infty[$.
   c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans$]0, +\infty[$.
   Vérifier que $\alpha \in]\frac{1}{2}, 1[$
4) Tracer D et Cf.
5) a) Calculer u' la fonction dérivée de la fonction u définie sur$]0, +\infty[$par $u(x) = \frac{1+\ln x}{x}$
   b) En déduire la primitive F de f sur$]0, +\infty[$ qui prend -1 en 1

Exercice n°3 : (5 points)

le thème de l'exercice est l'évolution de l'épidémie de SARAS de 2003. le tableau suivant donne les nombres de cas déclarés , relevés aux dates suivants : 4, 8, 11, 15, 18, 23 et 28 avril 2003.

x_i	4	8	11	15	18	23	28
N_i	2322	2671	2890	3235	3461	4288	5050

On pose $y_i = \ln(x_i)$

1) recopier et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à 0.01

x_i	4	8	11	15	18	23	28
y_i	7.75						8.53

2) représenter le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i) dans un repère orthogonal d'unités graphique 0.5 cm pour 1 jour sur l'axe des abscisses et 10 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées. On graduera l'axe des ordonnées à partir de 7.

3) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage obtenu (résultat arrondis à 0.01 près)
4) Soit D la droite passante par les points A (4, 7.75) et B (28, 8.53)
   a) prouver qu'une équation de D est $y = 0.0325x + 7.62$
   b) le point G appartient-il à D ? placer G et D sur le dessin précédent
5) on admet que D constitue un ajustement convenable du nuage de points.
   a) en utilisant l'équation de D, déterminer la valeur de y correspondant à $x = 38$.
   b) en déduire une estimation prévisible le 8 mai.
   c) A l'aide de l'ajustement affine $y = 0.0325\,x + 7.62$ et de la relation $\ln(N) = y$, exprimer N en fonction de x. déterminer, en utilisant ce modèle, à partir de quelle valeur entière de x, N est supérieur ou égal à 10000.
6) le nombre de cas répertoriés a été, en réalité, de 7053 le mai.
   Le modèle étudier dans cet exercice est –il adapté pour décrire la situation le 8 mai (on considère que le modèle est adapté si l'écart entre la valeur réelle et la valeur donnée par le modèle est inférieur à 50 unités)

<u>Exercice n°4 : (3 points)</u>

Soit les matrices :

$$M=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } N=\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -1 & \frac{7}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

1) a) Montrer que M est inversible
   b) Calculer $M \times N$
   c) En déduire la matrice inverse de M
2) Dans un magasin. Trois amis achètent les mêmes types d'articles :
   Mohamed : 2 disques flashs 3 disques lasers 1 parette mémoire
   Ali : 1 disque flash 2 disques lasers 1 parette mémoire
   Hamdi : 1disque flash 5 disques lasers 1 parette mémoire
   Finalement Mohamed, Ali et Hamdi ont dépensé respectivement :
   105 ,6 DT ; 88,4 DT et 92 DT
   En utilisant la matrice inverse de M déterminer le prix unitaire de chaque article

BON TRAVAIL