EXERCICE N°1

Soit a et b deux réels et f la fonction définie sur R par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{a-x}{x+1} & si \quad x\in \left]-\infty;-2\right[\cup\left]1;+\infty\right[\\ f(x)=\dfrac{1}{2}x^2+x+b & si \quad x\in[-2;1] \end{cases}$

Déterminer les réels a et b pour que f soit continue sur R.

EXERCICE N°2

Soit f définie par $f(x)=\dfrac{ax^2+(a^2-3)x-3a}{x-1}$ *si* $x\neq 1$ *et* $f(1)=4a$

Déterminer a pour que f soit continue en 1 .

EXERCICE N°3

Soit $f(x)=\dfrac{-x^2-3x-2}{1-|x+1|}$

1°)Déterminer le domaine de définition de f .
2°)Ecrire f sans valeur absolue.
3°)f est-elle continue en -1 .

EXERCICE N°4

Soit la fonction $f : x\mapsto 3x+2\sin x$

1°)a-Montrer que pour tout x de R : $3x-2\leq f(x)\leq 3x+2$

b-En déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2°)Soit la fonction g défini sur R par : $g(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{f(x)} & si \quad x\neq 0 \\ \dfrac{1}{5} & si \quad x=0 \end{cases}$

a- Montrer que g est continue en 0.

b- Montrer que pour tout $x\in\left]\dfrac{2}{3},+\infty\right[$: $\dfrac{x}{3x+2}\leq g(x)\leq \dfrac{x}{3x-2}$

c- En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. *Interprète géométriquement le résultat.*

EXERCICE N°5

Soit $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & si \quad x\neq 0 \\ a & si \quad x=0 \end{cases}$ *où* $a\in R$

1°)Déterminer le domaine de définition de f .
2°)Pour quelle valeur de a, f est continue en 0 .
3°)Préciser suivant a, l'ensemble de continuité de f
4°)Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x.f(x)+1-x\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}.f(x)$

EXERCICE N°6

Soit $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+1}{2x-3} & si \quad x\leq 1 \\ \dfrac{2m-x}{2-x} & si \quad 1<x\leq \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{x^2+1}{x^2+2x-4} & si \quad x>\dfrac{3}{2} \end{cases}$

1°)Trouver m pour que f soit continue en 1 .
2°)Pour la valeur du réel m trouvée. Etudier la continuité da f en $x_0=3/2$.

EXERCICE N°7

$$f(x)=\begin{cases}(1+3a)x^2-3x & \text{si } x\in\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]\\ \dfrac{x^3-8}{2x^2-5x+2} & \text{si } x\in\left]\frac{1}{2},2\right[\\ \sqrt{4x^2-1}-ax-1 & \text{si } x\in\left[2,+\infty\right[\end{cases}$$

1°) Déterminer le domaine de définition de f .
2°)Etudier les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$

3°)Peut-on déterminer a pour que f soit continue en 2 .
4°)Préciser suivant a, l'ensemble de continuité de f .

EXERCICE N°8

1°)Démontrer que l'équation : $x^3 + x - 3 = 0$ *admet une unique solution* $\alpha\in\left]1;2\right[$

2°)Utiliser la dichotomie pour donner une valeur approchée par défaut de cette α *à* 10^{-1} *près .*

EXERCICE N°9

Montrer que l'équation $x^3 - 5x^2 + 4x + 7 = 0$ *admet au moins une racine réelle. Plus généralement, montrer que toute équation polynomiale de degré impair admet au moins une racine réelle. Qu'en est-il si le degré est pair ?*

EXERCICE N°10

On pose pour a réel strictement positif la fonction f_a *définie sur* $[\,0,a\,]$ *par :*

Pour tout $x\in[\,0,a\,]$, $f_a(x)=\dfrac{a-x}{a(a+x)}$.

1°) Montrer que f_a *réalise une bijection de* $[\,0\,;a\,]$ *sur* $[\,0\,;\frac{1}{a}\,]$ *. On note* f_a^{-1} *sa bijection réciproque.*

2°) Donner le tableau des variations de f_a^{-1} *en précisant les valeurs aux bornes.*

3°) Montrer que $f_a^{-1}=f_{\frac{1}{a}}$.

EXERCICE N°11

Soit f la fonction définie sur $\left[0,+\infty\right[$ *par* $f(x)=\sqrt{4x^2+x}+2x+1$
1°)Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur $\left[0,+\infty\right[$
2°)Montrer que f est une bijection de $\left[0,+\infty\right[$ *sur un intervalle J que l'on précisera.*
3°)Sur quel ensemble f^{-1} *est-elle continue ?*
4°)Expliciter $f^{-1}(x)$ *pour* $x\in J$

5°)Montrer que l'équation $f(x)=x+2$ *admet une solution unique* $\alpha\in\left]\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right[$

EXERCICE N°12

Soit $f: x\mapsto f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{1-x}}$.

1°)Déterminer le domaine de définition D_f *de f.*
2°)Etudier la dérivabilité de f sur D_f .
3°)Montrer que f est une bijection de $\left[0,1\right[$ *sur un intervalle J que l'on précisera*
4°) Expliciter $f^{-1}(x)$ *pour* $x\in J$