EXERCICE N°1

Calculer les intégrales suivants :

$\int_0^4 |t-2|dt$, $\int_{-1}^2 (x-|x-1|)dx$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^2(t)dt$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^2(x)dx$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} tan^2(x)dx$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin(tx)dt$, $\int_{-1}^1 \frac{x^{2009}}{x^{14}+1}dx$,

$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} t\,sin(t)dt$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} t^2 sin(t)dt$, $\int_0^1 t\sqrt{1-t}dt$, $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x\cos x - \sin x}{x}$, $\int_0^1 (2t+1)\sin\pi(t^2+t+1)dt$, ,

$\int_1^e \frac{\ln x}{x}dx$, $\int_0^1 xe^x dx$, $\int_0^{\pi} x\sin x dx$.

EXERCIECE N°2

1°)Déterminer trois réels a , b et c tels que : $\frac{2x^2+3x}{x+2} = ax+b+\frac{c}{x+2}$ *pour tout réel* $x \neq -2$

2°)Calculer l'intégrale : $I = \int_0^2 \frac{2x^2+3x}{x+2}dx$.

3°) Calculer l'intégrale : $J = \int_0^2 (4x+3)Log(x+2)dx$.

EXERCICE N°3

Soient $I = \int_1^2 \frac{x^2+2x}{(2x+1)^2(1-4x)}dx$ *et* $J = \int_1^2 \frac{2x^2+1}{(2x+1)^2(1-4x)}dx$.

1°) Calculer $K = 2I + J$ *et* $L = 2I - J$.
2°) En déduire I et J.

EXERCICE N°4

On considère la fonction f définie sur [0, 1] par $f(x) = \frac{1}{1-xe^{-x}}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1°) Donner une interprétation géométrique du nombre $I = \int_0^1 f(x)dx$.

2°) Soit $J_1 = \int_0^1 xe^{-x}dx$ *et* $J_2 = \int_0^1 x^2e^{-2x}dx$

a. *A l'aide d'une intégration par parties, montrer que :* $J_1 = 1 - \frac{2}{e}$

b. *On se propose de calculer* J_2 *sans utiliser une intégration par parties : déterminer les coefficients a, b et c tels que la fonction H(x) définie par* $H(x)= (ax^2 +bx + c)e^{-2x}$ *soit une primitive de* $h(x) = x^2e^{-2x}$.

En déduire que $J_2 = \frac{1}{4}\left(1-\frac{5}{e^2}\right)$.

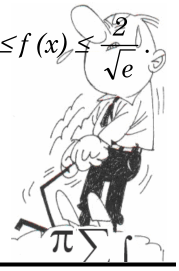
EXRCICE N°6

Soit la fonction f définie sur $\left[0;\frac{1}{2}\right]$ *par :* $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$

on se propose de calculer une valeur approchée de l'intégrale : $I = \int_0^{1/2} \frac{e^{-x}}{1-x}dx$

1°) En étudiant les variations de la fonction f, démontrer pour tout nombre réel x de $\left[0;\frac{1}{2}\right]$ $:1 \leq f(x) \leq \frac{2}{\sqrt{e}}$.

2°) a) Démontrer que, pour tout x de $\left[0;\frac{1}{2}\right]$, $\frac{1}{1-x} = 1+x+\frac{x^2}{1-x}$.



http://maths-akir.midiblogs.com/

b) En déduire que : $I = \int_0^{1/2} (1+x)\,e^{-x}\,dx + \int_0^{1/2} x^2 f(x)\,dx$

c) Calculer à l'aide d'une intégration par partie : $J = \int_0^{1/2} (1+x)\,e^{-x}\,dx$

d) Déduire de (1) que : $\dfrac{1}{24} \le \int_0^{1/2} x^2 f(x)\,dx \le \dfrac{1}{12\sqrt{e}}$

e) Déduire des questions précédentes une valeur décimale approchée de I à la précision 0,01.

EXERCICE N°7

Soit la fonction f définie sur R_+^* par : $f(a) = \int_0^1 \sqrt{1-x^a}\,dx$.

1°)Soit pour tout $t \in [0,1]$, $g(t) = 1 - t - \sqrt{1-t}$.

a) Etudier les variations de g
b) En déduire que , pour tout $t \in [0,1]$, $g(t) \le 0$

2°)Soit pour tout $t \in [0,1]$, $h(t) = 1 - \dfrac{t}{2} - \sqrt{1-t}$.

c) Etudier les variations de h
d) En déduire que , pour tout $t \in [0,1]$, $h(t) \ge 0$

3°)En déduire que , pur tout $x \in [0,1]$: $1 - x^a \le \sqrt{1-x^a} \le 1 - \dfrac{1}{2}x^a$

4°)En déduire que : $\dfrac{a}{1+a} < f(a) < \dfrac{2a+1}{2a+2}$ .Calculer $\lim\limits_{a\to+\infty} f(a)$

http://maths-akir.midiblogs.com/