

Série d'exercices fonctions N 5

2° année sciences

Exercice 1 :

1/ Montrer que : $\frac{-2x}{x+2} = \frac{4}{x+2} - 2$.

2/ Tracer $\mathcal{C} : y = \frac{-2x}{x+2}$ et $\mathcal{P} : y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 1$.

3/ Déterminer $\mathcal{C} \cap \mathcal{P}$.

4/ Résoudre graphiquement:

a) $\frac{1}{4}x^2 + x - \frac{2x}{x+2} > 0$.

b) $-1 < \frac{2x}{x+2} \leq 0$.

Exercice 2 :

1/ a) Tracer $\mathcal{C} : y = \frac{3}{x-1} + 2$.

b) En déduire $\mathcal{C} : y = \frac{3}{|x|-1} + 2$.

2/ a) Tracer $\mathcal{C} : y = \frac{x}{x+1}$.

b) En déduire $\mathcal{C} : y = \frac{x}{|x|+1}$.

Exercice 3 :

Soit la fonction $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$

$$X \mapsto -\frac{1}{2}x^2$$

On désigne par \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1/ a) Etudier le sens de variation de f sur chacun des intervalles $]-\infty; 0]$ et $[0; +\infty[$

b) Représenter la courbe \mathcal{C}_f dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

c) En utilisant le graphique, déterminer dans \mathbb{R} l'ensemble des solutions de $f(x) \geq -2$

2/ Soit la droite \mathcal{D} d'équation $y = \frac{1}{2}x - 1$.

a) Tracer la droite \mathcal{D} dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j})

b) Résoudre dans \mathbb{R} , par le calcul, $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$

c) En utilisant le graphique, déterminer dans \mathbb{R} l'ensemble des solutions de: $-x^2 - x + 2 < 0$

3/ Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{1}{2}x|x|$$

a) Montrer que g est une fonction impaire

b) Tracer alors la courbe représentative \mathcal{C}_g de la fonction g dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j})

c) En déduire le sens de variation de g sur \mathbb{R} .

Exercice 4 :

Soit $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2$, $x \in \mathbb{R}$

1/ Etudier la fonction f et tracer sa courbe représentative P dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

2/ Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $x \mapsto -\frac{1}{2}(|x|-1)^2$

a) Montrer que g est paire. Tracer la courbe de g

b) Dresser le tableau de variation de g .

3/ Soit $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + |x| + \frac{1}{2}$, $x \in \mathbb{R}$

a) Tracer la courbe représentative de h en utilisant celle de g

b) Soit $a \in \mathbb{R}$, pour quelles valeurs de a l'équation : $\frac{1}{2}x^2 - |x| = \frac{1}{2} - a$ possède-t-elle quatre solutions?

4/ Soit Δ la droite d'équation: $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

a) Tracer Δ .

b) Montrer que Δ coupe \mathcal{P} en 2 points A et B que l'on précisera

c) Résoudre graphiquement l'inéquation: $-\frac{1}{2}(x-1)^2 > -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

