

LOI CONTINUE

Exo. n°8 : (Enoncé)

1°/ Dans la journée un métro passe toute les 5 minutes à la station S.

Soit X le temps d'attente d'une personne à cette station .On suppose que X suit la loi uniforme sur $[0 , 5]$.

a / Quelle est la probabilité que cette personne attende entre 2 et 4 minutes?

b / Calculer l'espérance de X

2°/ On suppose que la durée de vie X d'une voiture suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,1$.

a / Calculer la probabilité qu'une voiture dépasse 10 ans de durée de vie.

b / On sait qu'une voiture a duré déjà 10 ans.

Quelle est la probabilité qu'elle dépasse 12 ans de durée de vie.

c / Quelle est la probabilité qu'elle dépasse 2 ans de durée de vie.

Comparer les résultats de **b /** et **c /** et les interpréter .

Exo. n°8 : (SOLUTION)

1°/ On dit qu'une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur un intervalle $[a , b]$

$$\Leftrightarrow \text{pour tout } [\alpha , \beta] \subset [a , b] \text{ on a : } p(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{b-a} dt = \frac{\beta - \alpha}{b-a}$$

$$\text{a / D'où : } p(2 \leq X \leq 4) = \int_2^4 \frac{1}{5-0} dt = \frac{1}{5}(4-2) = \frac{2}{5}$$

$$\text{b / } E(X) = \int_0^5 \frac{t}{5-0} dt = \frac{1}{5} \left[\frac{1}{2} t^2 \right]_0^5 = \frac{5}{2}$$

2°/ On dit qu'une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ sur \mathbb{R}^+

$$\Leftrightarrow p(0 \leq X \leq a) = \int_0^a \lambda \cdot e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda a} \text{ et } p(X \geq a) = 1 - p(0 \leq X < a) = e^{-\lambda a}$$

$$\text{a / } p(X > 10) = 1 - p(0 \leq X \leq 10) = 1 - \int_0^{10} 0,1 \cdot e^{-0,1t} dt = e^{-0,1 \times 10} = \frac{1}{e}$$

$$\text{b / } p(X > 12 / X > 10) = P_{(X > 10)}(X > 10) = \frac{p(X > 12)}{P(X > 10)} = \frac{e^{-0,1 \times 12}}{e^{-0,1 \times 10}} = e^{-0,2} \approx 0,82$$

$$\text{c / } p(X > 2) = 1 - p(0 \leq X \leq 2) = 1 - \int_0^2 0,1 \cdot e^{-0,1t} dt = e^{-0,1 \times 2} = e^{-0,2} \approx 0,82$$

On a : $p(X > 12 / X > 10) = p(X > 2)$ **donc** on constate que la probabilité que la voiture dure deux ans de plus ne dépend pas de son âge . On dit que X suit une loi de durée de vie sans vieillissement.

Prof. Mr. FATNASSI BECHIR

LYCEE SECONDAIRE DE KORBA

FATNASSI BECHIR