Exercices Ln (bac scientifique) Mr. FATNASSI BECHIR

Exo. n°3 : (Enoncé)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1°/ $\ln^2(x)-5\ln(x)+6>0$ **2°/** $2\ln(x+1)-\ln(x+3)<\ln(-x+1)$ **3°/** $2\ln(x)\le\ln(3)$

4°/ $1-\ln(-x+2)>0$ **5°/** $\ln\left(\dfrac{3x+1}{x+2}\right)<0$ **6°/** $\ln\left(\ln\left(x^2+1\right)\right)>0$

Exo. n°3 : (Solution)

1°/ $\ln^2(x)-5\ln(x)+6>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ t=\ln(x) \\ t^2-5t+6>0 \end{cases}$; 2 et 3 sont les racines de l'équation :

$t^2-5t+6=0$ donc $t^2-5t+6=1(t-2)(t-3)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ t=\ln(x) \\ (t-2)(t-3)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ (\ln(x)-2)(\ln(x)-3)>0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \ln(x)<2 \text{ ou } \ln(x)>3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<e^2 \\ \text{ou} \\ x>e^3 \end{cases} \Leftrightarrow x\in \left]0\,,\,e^2\right[\cup\left]e^3,+\infty\right[$$

Conclusion : $S_{\mathbb{R}} = \left]0,e^2\right[\cup\left]e^3,+\infty\right[$

2°/ $2\ln(x+1)-\ln(x+3)<\ln(-x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1>0 \\ x+3>0 \\ -x+1>0 \\ 2\ln(x+1)<\ln(x+3)+\ln(-x+1) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x>-3 \\ x<1 \\ \ln\left[(x+1)^2\right]<\ln\left[(x+3)(-x+1)\right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<1 \\ (x+1)^2<(x+3)(-x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<1 \\ x^2+2x-1<0 \end{cases}$$

Les racines du trinôme x^2+2x-1 sont $-1+\sqrt{2}$ et $-1-\sqrt{2}$.

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{2}$		$-1+\sqrt{2}$		$+\infty$
x^2+2x-1		+	0	−	0	+	

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<1 \\ x^2+2x-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<1 \\ \text{et} \\ -1-\sqrt{2}<x<-1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1<x<-1+\sqrt{2}$$

Conclusion : $S_{\mathbb{R}} = \left]-1\,,-1+\sqrt{2}\right[$

3°/ $2\text{Log}(x)\le\text{Log}(3) \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \ln(x^2)<\ln(3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^2<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ -\sqrt{3}<x<\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow 0<x<\sqrt{3}$

Conclusion : $S_{\mathbb{R}} = \left]0\,,\sqrt{3}\right[$

4°/ $1-\ln(-x+2)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+2>0 \\ \ln(e)-\ln(x+2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ \ln(e)>\ln(-x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ e<-x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ x<2-e \end{cases}$

$\Leftrightarrow x<2-e$

Conclusion : $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty\,,2-e\right[$

FATNASSI BECHIR

5°/ $\ln\left(\dfrac{3x+1}{x+2}\right)<0 \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{3x+1}{x+2}>0\\ \dfrac{3x+1}{x+2}<1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<-2 \text{ ou } x>-\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{3x+1}{x+2}-1<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<-2 \text{ ou } x>-\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{2x-1}{x+2}<0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x<-2 \text{ ou } x>-\dfrac{1}{3}\\ -2<x<\dfrac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow x\in\left]-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right[$$

Conclusion : $S_{\mathbb{R}} = \left]-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right[$

6°/ $\ln\left(\ln\left(x^2+1\right)\right)>0 \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+1>0\\ \ln(x^2+1)>0\\ \ln(x^2+1)>1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+1>1\\ x^2+1>e\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2>0\\ x^2>e-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq 0\\ x<-\sqrt{e-1} \quad \text{ou} \quad x>\sqrt{e-1}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow x\in\left]-\infty,-\sqrt{e-1}\right[\cup\left]\sqrt{e-1},+\infty\right[$$

Conclusion : $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty,-\sqrt{e-1}\right[\cup\left]\sqrt{e-1},+\infty\right[$

Prof. Mr. FATNASSI BECHIR

LYCEE SECONDAIRE DE KORBA

FATNASSI BECHIR