YOUSSEF BOULILA **DEVOIR DE SYNTHESE N 1** CLASSE

1s2/3

EXERCICE 1 **3 pts :**

Soit $E=(3x-1)^3+(3+2x)^3$

1. Développer et réduire l'expression E.
2. Factoriser l'expression E.

EXERCICE 2 **6 pts :**

1. Donner l' écriture scientifique de : $A=\left(\frac{2^{20}}{9^{10}}+\frac{16^5}{3^{20}}\right)\times\frac{3^{20}}{2^{22}}$
2. a , b et c sont des nombres non nuls. Ecrire les nombres A et B sous la forme : $a^n\times b^m\times c^r$.

$$A=\frac{c}{\left(\frac{a^3}{b}\right)^2}^5 \quad , \quad B=a^4\left(b^3c\right)^{-2}\times\frac{c^5}{\left(a^{-3}b^5\right)^2}.$$

3. a) Démontrer que pour tout nombre entier naturel non nul n :

$$1-\frac{1}{n^2}=\frac{n-1}{n}\times\frac{n+1}{n}$$

b) En déduire une expression simple du produit :

$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{5^2}\right)\left(1-\frac{1}{6^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{7^2}\right)$$

Exercice 03 3,5 pts

On note p un nombre entier impair supérieur ou égal à 3.

Partie I.

1. Explique pourquoi $a=\frac{p+1}{2}$ et $b=\frac{p-1}{2}$ sont des entiers.
2. Démontrer que $a^2-b^2=p$
3. On suppose que $a=3$. Trouver p puis b.
4. En déduire que 23 est une différence de deux carrés d'entiers.

Partie II.

1. Démontrer que $a^2+b^2=\frac{p^2+1}{2}$
2. En déduire que 5 est la somme des carrés de deux entiers que l'on précisera.
3. Même question pour 61.

Exercice **4,5 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

A) Déterminer la longueur a du côté d'un triangle équilatéral dont l'aire est $16\sqrt{3}\ cm^2$.
Quel est le rayon du cercle circonscrit à ce triangle ?

B) 1) calculer $(5 - 3\sqrt{3})^2$

2) On donne $AB = \sqrt{52 - 30\sqrt{3}}$, $BC = 5 + 3\sqrt{3}$ et $AC = 2\sqrt{26}$.
Le triangle ABC est-il rectangle ?

3) On donne $AB = \sqrt{52 - 30\sqrt{3}}$, $AE = 5 + 3\sqrt{3}$ et $BE = \sqrt{108}$.
Les points A , B , E sont-ils alignés ? (commencer par décomposer 108)

EXERCICE : **(3 pts)**

ABCD est un rectangle tel que BD = 2AB et (C) est le cercle circonscrit à ABCD. Les tangentes en A et D au cercle (C) ont pour point d'intersection M et coupent la droite (BC) respectivement en N et P.

1. Faire une figure.
2. Calculer $Cos A\hat{B}D$ et donner en degré la mesure de l'angle $A\hat{B}D$.
3. Justifier que $M\hat{A}D = M\hat{N}P$
4. Citer trois angles inscrits dans (C) ayant la même mesure que $A\hat{D}M$.
5. Justifier que le triangle MNP est équilatéral.