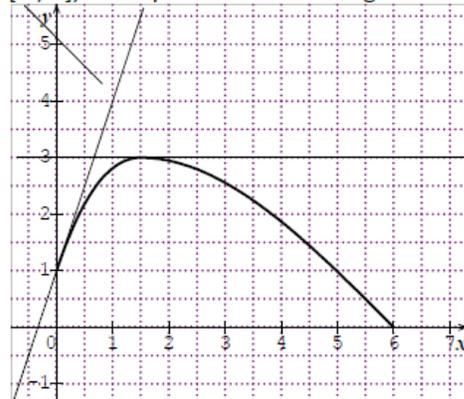


EXERCICE 1 (5pts)

a) voici la courbe C1 d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$, ainsi que trois de ses tangentes.



On note F une primitive de f .

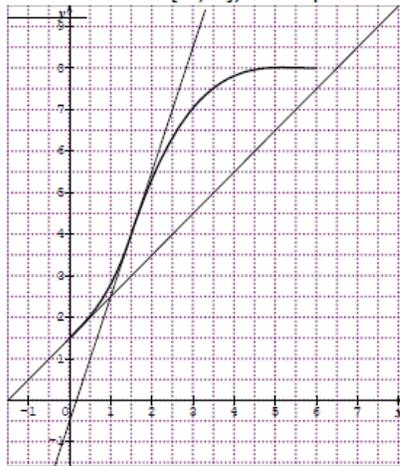
Lire :

- $f(0) =$
- $f'(0) =$
- $F'(0) =$

- $f(6) =$
- $f'(6) =$
- $F'(6) =$

- $f(1.5) =$
- $f'(1.5) =$
- $F'(1.5) =$

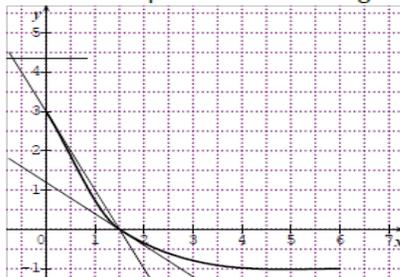
b) Voici la courbe C2 de la dérivée g' d'une fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$, ainsi que trois de ses tangentes:



Lire :

- $g'(0) =$
- $g'(6) =$
- $g'(1.5) =$

c) On considère une fonction h définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$, et H une de ses primitives.. Voici la courbe C3 de la primitive H de h ainsi que trois de ses tangentes.:



Lire :

- $h(0) =$
- $H(0) =$

- $h(6) =$
- $H(6) =$

- $h(1.5) =$
- $H(1.5) =$

d) En utilisant les renseignements précédents :

- * une des courbes C2 ou C3 est celle de la dérivée f' de f , laquelle ?
- * une des courbes C2 ou C3 est celle de la primitive F de f , laquelle ?

EXERCICE 2 (4pts)

Soit (u_n) la suite réelle définie sur \mathbb{N}^* par :
$$\begin{cases} u_1 &= 1 \\ u_{n+1} &= \sqrt{u_n^2 + \frac{1}{2^n}}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

1. (a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^* : u_n \geq 1$.
 (b) Montrer que $u_{n+1} - u_n = \frac{\frac{1}{2^n}}{u_{n+1} + u_n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
 (c) En déduire que (u_n) est une suite croissante.
2. (a) Montrer que $u_{n+1} - u_n \leq \frac{1}{2^{n+1}}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
 (b) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_{n+1} - u_n)$.
3. (a) Montrer que $u_n^2 = 2 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
 (b) En déduire que $u_n \leq \sqrt{2}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
4. Montrer que (u_n) est une suite convergente et calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

EXERCICE 3 (5pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = (4 - x^2) \sqrt{4 - x^2}$

1. (a) Déterminer D_f .
 (b) Etudier la dérivabilité de f sur $[-2, 2]$
2. (a) Montrer que $f'(x) = -3x\sqrt{4 - x^2}$, pour tout $x \in [-2, 2]$.
 (b) Dresser le tableau de variation de f .
 (c) Montrer que la restriction h de f à $[0, 2]$ est une bijection de $[0, 2]$ sur un intervalle J que l'on déterminera.
3. (a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans $[-2, 2]$ une solution unique α ; et que $1.6 < \alpha < 1.7$
 (b) Tracer C_f et C_h dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
4. On considère la fonction g définie sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ par : $g(x) = f(2 \sin x)$
 (a) Etudier la dérivabilité de g et calculer $g'(x)$.
 (b) Montrer que g réalise une bijection de $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ sur un intervalle J' que l'on déterminera.
 (c) Déterminer le domaine de dérivabilité de g^{-1} et calculer $(g^{-1})'(x)$.

EXERCICE 4 (6pts)

On considère dans \mathbb{C} l'équation $(E) : z^3 - 2(1 + i)z^2 + 4(1 + i)z - 8i = 0$

1. (a) Vérifier que $2i$ est une racine de (E) .
 (b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) .

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orth direct (O, \vec{u}, \vec{v}) (unité graphique $2cm$), soient les points A, B et C d'affixes respectives: $z_A = 2$; $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.
- Donner la forme exponentielle de z_B puis z_C .
 - Placer les points A, B et C dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .
3. (a) Déterminer la nature du quadrilatère $OBAC$.
- En déduire $(\widehat{AB}, \widehat{AC})$.
 - Déterminer et construire l'ensemble D des points $M(z)$ du plan tels que $|z| = |z - 2|$.
4. A tout point $M(z)$ tel que $z \neq z_A$, on associe le point $M'(z')$ défini par $z' = \frac{-4}{z - 2}$
- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation: $z = \frac{-4}{z - 2}$
 - En déduire les points B' et C' associés aux points B et C .
 - Déterminer et placer le point G' associé au centre de gravité G du triangle OAB .
5. (a) Montrer que $|z' - 2| = \frac{2|z|}{|z - 2|}$, $\forall z \neq 2$
- On suppose que $M \in D$ où D est l'ensemble défini à la question 3)c). Montrer que M' associé à M appartient à un cercle (ξ) dont on précisera le centre et le rayon.