ETABLISSEMENT :
LYCEE « CHEBBI »MORNAG
ANNEE SCOLAIRE :
2013-2014

TYPE D'EVALUATION :	
DEVOIR DE SYNTHESE N° 1	
COMPOSITION DE :	
MATHEMATIQUES	
DUREE DE L'EPREUVE :	
2h	COEF : 3

NIVEAU & SECTION
4ème SCIENCES EXPERIMENTALES
DATE :
04 Décembre 2013
ENSEIGNANT :
HOUSSEM EDDINE FITATI

AUTORISATIONS :

Calculatrice scientifique :	Oui	Non
Formulaire :	Oui	Non

SUJET :

Exercice N°1 : (3points)

1. ***a-*** *Enoncer le théorème de Roll.*
   b- *Soit f la fonction définie sur* $\mathbb{R}$ *par : f(x)=x(x-1)(x+4).*
   Sans calculer f'(x), montrer que f'(x) s'annule exactement en deux valeurs.
2. *Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse :*
   - U_n *est une suite réelle : si* U_n^2 *est convergente alors* U_n *est convergente.*
   - *Toute suite convergente est monotone.*
3. *Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse :*

   Soient a,b et c trois réels non nul et (E) l'équation dans $\mathbb{C}$ *:*

   $az^4 - bz^3 + cz^2 - bz + a = 0$ *si* z_0 *est une solution de (E) alors :*

   - $\overline{z_0}$ et $\frac{1}{z_0}$ *sont des solutions de (E).*
   - z_0 *est une solution imaginaire pure*

Exercice N°2 : (6points)

Soit f la fonction définie sur : $]0,1]$ *par :* $f(x) = \dfrac{1}{1-\cos(\pi x)}$.

1. *Etudier les variations de f et construire sa courbe représentative dans un repère orthonormé*
2. *Montrer que l'équation : f(x)=x admet une solution unique* x_0 *dans :* $]0,1[$*. Calculer* $f(\frac{2}{3})$

   puis en déduire x_0*.*
3. ***a-*** *Montrer que f est une bijection de :* $]0,1]$ *sur un intervalle J que l'on précisera. On notera h sa fonction réciproque.*
   b- *Etudier la continuité et les variations de h.*
   c- *Tracer la courbe de h dans le même repère que celui de f.*
   d- *Montrer que h est dérivable sur :* $\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$ *et que :* $h'(x) = \dfrac{-1}{\pi x\sqrt{2x-1}}$.

Exercice N°3 : (6points)

Soit U la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{3 + \dfrac{U_n^2}{2}} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1. **a-** Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $0 \le U_n \le \sqrt{6}$

b- Etudier la monotonie de la suite U.

c- En déduire que la suite U est convergente et calculer sa limite.

2. Soit V la suite définie par : $V_n = U_n^2 - 6$

a- Montrer que : V est une suite géométrique de raison : $q = \dfrac{1}{2}$.

b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c- Retrouver la limite de U_n.

3. On pose : $S_n = \sum_{k=0}^{n} U_k^2$. Calculer S_n, puis : $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{S_n}{n}$.

Exercice N°4 : (5points)

I- Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - \left(\sqrt{3} + i\right)z + \dfrac{3}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0$.

On donnera les solutions sous forme exponentielle

II- Soit θ un réel de $[0, \pi[$.

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - (2\cos\theta + i)z + 1 + \sin\theta + i\cos\theta = 0$.

1. **a-** Vérifier que : $-4\cos^2\theta + 4\sin\theta + 5 = (2\sin\theta + 1)^2$

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

2. dans le repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points : A(i) B($e^{-i\theta}$) et C($i+e^{i\theta}$).

a- Déterminer θ pour que : OACB soit un parallélogramme.

b- Déterminer θ pour que : ABC soit un triangle rectangle en A puis construire ABC pour l'une des valeurs de θ trouvées.

Bon travail