L-A-T-K-G **Prs: ROSTOM.K** **AZOUZI.A**	**DEVOIR DE SYNTHESE N°1**	**Le : 08-12-2010** **4 ^{ème} sciences :1 et 3** **Durée : 2 heures**

<u>EXERCICE N°1</u> (3 points)

Pour chaque question une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à cocher la réponse exacte.

1) Soit f la fonction définie par f(x)=x(x-1)(x-2) et ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

ζ admet exactement

a) Aucune tangente horizontale b) 1 tangente horizontale c) 2 tangentes horizontales

2) Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f'(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ pour tout réel x et f(0)=0.

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ est égale à

a) 0 b) 1 c) n'existe pas

3) Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$ si $x \in \mathbb{R}^*$ et f(0)=0.

i) $f'(0)$ est égal :

a) 1 b) -1 c) 0

ii) Pour tout réel non nul x, $f'(x)$ est égale à :

a) $2x\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$. b) $2x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)-\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$. c) $2x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)+\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$

<u>EXERCICE N°2</u> (5 points)

Dans le graphique ci dessous: (C) et (C') sont deux courbe représentatives, dans un repère orthonormé d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et de sa fonction dérivée f' qui est aussi dérivable sur $\mathbb{R}$, chacune des deux courbes (C) et (C') possède :

-Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$

- Une asymptote Δ : y = 0 au voisinage de $+\infty$
- La droite T est la tangente à (C') au point d'abscisse 0.

1) Par une lecture graphique :

a) Justifier que la courbe (C') est celle qui représente la fonction f.

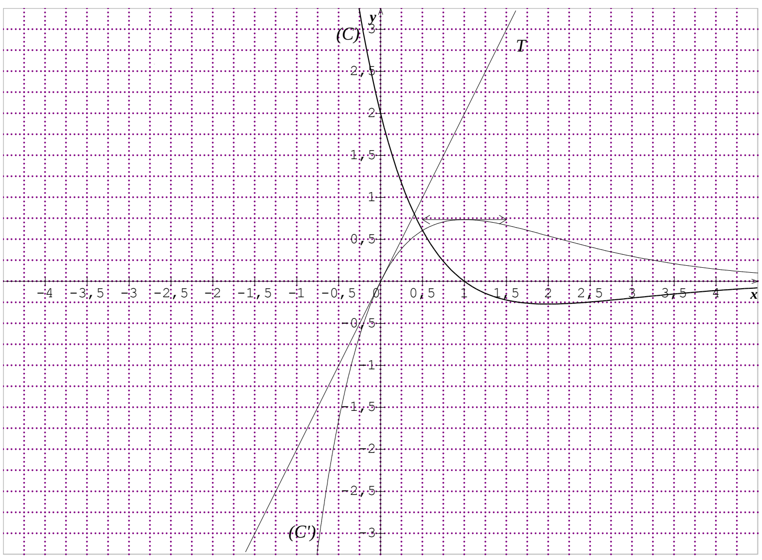
b) Déterminer f(0) , $f'(0)$ et $f'(1)$.

2) a) Déterminer une équation cartésienne de T.

b) Donner une valeur approchée de f(-0.01) à 10^{-2} prés.

3) Dresser le tableau de variation de f.

4) Soient A(0,2) et B(1,0). Montrer que (C) admet une tangente parallèle à la droite (AB).



EXERCICE N°3 (6 points)

1) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 1 + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

a) Montrer que l'équation f(x) = x admet dans $]0, +\infty[$ une solution unique a. Vérifier que $1 \langle\ a \langle\ 2$.

b) Montrer que pour tout x de [1,2] on a : $f(x) \in [1,2]$ et que $|f'(x)| \leq \dfrac{1}{2}$.

2) Soit U la suite définie par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

a) Montrer que pour tout entier n on a : $1 \leq U_n \leq 2$.

b) Montrer que pour tout entier n on a : $|U_{n+1} - a| \leq \dfrac{1}{2}|U_n - a|$ et que $|U_n - a| \leq (\dfrac{1}{2})^n$.

c) En déduire que la suite U est convergente et déterminer sa limite.

EXERCICEN°4 (6 points)

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on considère l'équation

(E_θ) : $Z^3 - 3iZ^2 - (3+ e^{2i\theta})Z + i(1+ e^{2i\theta}) = 0$. Avec θ un réel de $]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}[$

1- Vérifier que i est solution de (E_θ).

2- Résoudre alors l'équation (E_θ)

3-Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points I, M_1 et M_2 d'affixes respectives i , $Z_1 = i + e^{i\theta}$ et $Z_2 = i - e^{i\theta}$.

a- Montrer que I est le milieu du segment [$M_1 M_2$]

b –Déterminer l'ensemble (E_1) des points M_1 lorsque θ varie dans $]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}[$.

c- En déduire l'ensemble (E_2) des points M_2.

4- a- Montrer que si $OM_1 = OM_2$ alors $\theta = 0$

b- Pour $\theta = 0$, écrire Z_1, Z_2 et $\dfrac{Z_1}{Z_2}$ sous forme exponentielle. En déduire la nature du triangle $0M_1M_2$.