LYCEE SECONDAIRE IBN SINA MENZEL BOURGUIBA ******* **Proposé par : Mr HAOUATI CHOKRI**	**DEVOIR DE SYNTHESE N° 1** **4éme MATH** **MATHEMATIQUES** Durée : 3heures 6 / 12/ 2010

Exercice N°1(2 points)

Pour les deux questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. Le candidat indiquera sur la copie sans justification le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie

1) Soient Δ_1 , Δ_2 *et* Δ_3 trois droites strictement paralleles l'isometrie f= $S_{\Delta_1} \circ S_{\Delta_2} \circ S_{\Delta_3}$ est une :

   a) symetrie orthogonale b) symetrie glissante c) une translation

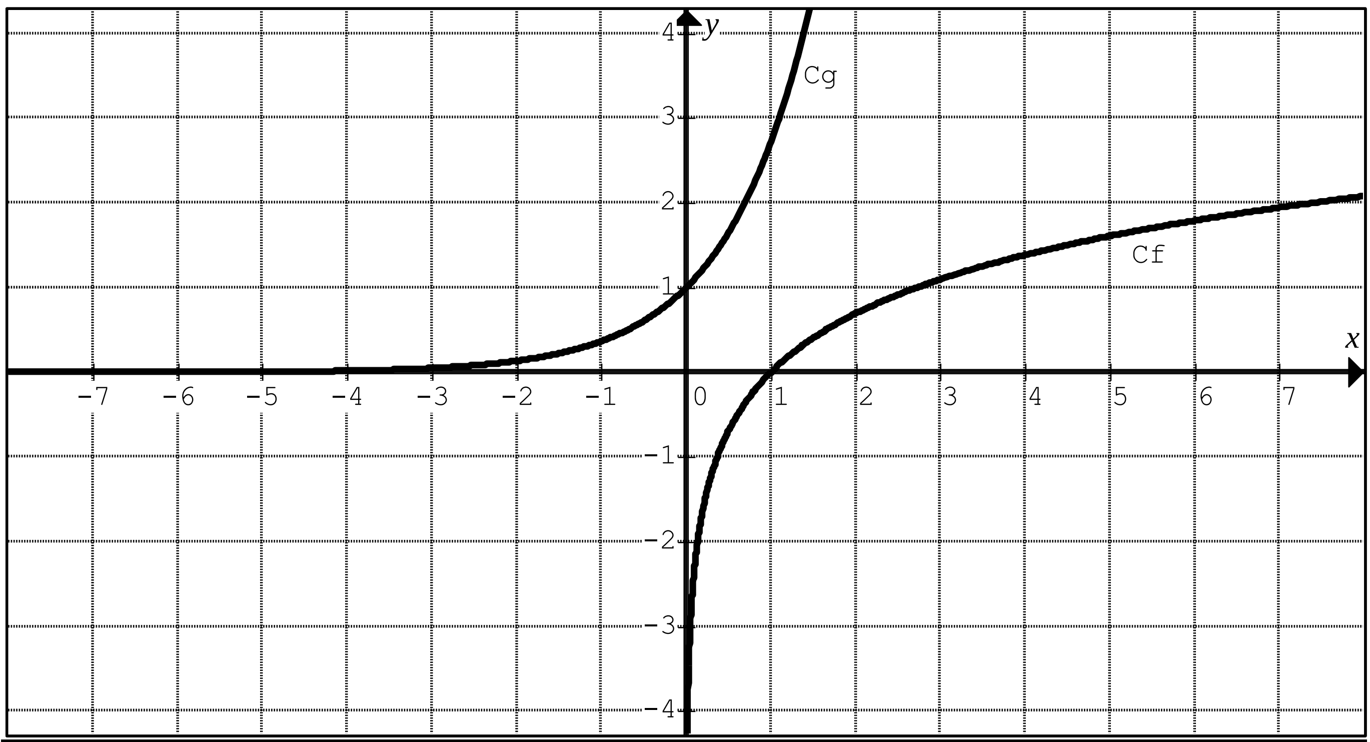
2) Soit f un déplacement , g un antideplacement tels que f(A)=B et g(B)=A avec A $\neq B$ *.Alors* $g \circ f$ est:

   a) une symetrie glissante b) symetrie orthogonale c) translation

Exercice N°2(3points)

On considere les deux courbes C_f et C_g suivantes des fonctions f et g telles que : la fonction g est dérivables sur IR et pour tout réel x on a g'(x)= g(x) , la droite x=0 est une asymptote oblique a Cg

La fonction f est dérivable sur]0, $+\infty$[et que g'(x)= $\dfrac{1}{x}$



1) Déterminer graphiquement
   a) g(0) , f(1) , $f \circ g(0)$, f '(1) et g'(1)
   b) $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$, $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$
2) Soit la fonction h définie sur IR par $h(x) = f \circ g(x) - x$
   a) Montrer que h est dérivable sur IR
   b) Calculer h'(x) pour tout réel x

c) En déduire l'expression de $f \circ g(x)$ pour tout réel x

Exercice N°3(5 points)

Soit la fonction f définie sur IR par f(x)= $\frac{1}{2}(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1)$

1) a) Montrer que $\forall x \in IR \;\; on\; a : \; f'(x) = \frac{1}{2(\sqrt{x^2+1})^3}$

b) Dresser le tableau de variation de f

c) Montrer que : $\forall x \in IR \;, |f'(x)| \leq \frac{1}{2}$

2) a) Ecrire l'équation de la tangente (T) a (C $_f$) au point d'abscisse 0

b) Soit g(x)= f(x)- $\frac{1}{2}(x-1)$ .Dresser le tableau de variation de g sur IR

c) Calculer g(0) ,determiner le signe de g(x) suivant les valeurs de x .En déduire les positions relatives de (C$_f$) et (T) .Conclure

3) Montrer que f realise une bijection de IR sur un intervalle J que l'on precisera

4) Montrer que l'équation f(x)=x admet une solution unique $\alpha \in]-1,0[$

5) Preciser les asymptotes de (C$_f$) .Tracer (C$_f$) ,(T) et (C$_f^{-1}$) dans le meme repere

6) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J

Exercice N°4(5points)

Soit ABC un triangle isocele et rectangle tel que $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit O le milieu de [AC] .On désigne par I le milieu de [OB] et par D le symetrique de O par rapport a (BC) .Soit J le point d'intersection des droites (AD) et (BC)

1)a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A)=C et f(O)=D

b) Montrer que f est la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$

c) Soit K =f(I) .Montrer que K est le milieu de [BD] et en déduire que les points O,J et K sont alignés

2) On pose g = $S_{(BO)} \circ S_{(AB)} \circ f^{-1}$

a) Déterminer g(B) et g(C)

b) En déduire que $f^{-1} = S_{(AB)} \circ S_{(BO)}$

3) On pose $h = S_{(OD)} \circ f^{-1}$.On désigne par Δ la médiatrice du segment [BD]

a) Montrer que h est la symetrie glissante d'axe Δ et de vecteur $\overrightarrow{BO}$

b) Déterminer l'ensemble des points M du plan telque h(M)= $f^{-1}(M)$

c) Caracteriser l'application $S_{(BO)} \circ h$

<u>Exercice N°5(5 points)</u>

Dans le plan orienté on considere un losange ABCD tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$,E le symetrique de A par rapport a B . Soit f l'application du plan P dans lui-même définie par f(A)=B,f(B)=D et f(D)= C

Le plan est rapporté a un repere orthonormé direct (A, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB'}$)

1) Vérifier que dans ce repere le point D a pour affixe $z_D = e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z_C = 1 + e^{i\frac{\pi}{3}}$
2) On admet que l'expression complexe de f dans le repere R est : f(M(z))=M'(z') tel que $z' = a\overline{z} + b$
   a) En utlisant f(A)=B et f(B)=D , montrer que $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}\overline{z} + 1$
   b) Montrer que BM'=AM, en déduire que f est une isometrie du plan
   c) Determiner l'ensemble des points invariants par f ,puis determiner la nature de f
3) Soit l'antidéplacement g du P dans le plan qui au point M(z) associe le point M'(z') tel que z'= $e^{i\frac{2\pi}{3}}\overline{z} + 1 - e^{i\frac{2\pi}{3}}$ .Déterminer g(B) et g(C) ;deduire la nature de g
4) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, ecrire l'expression complexe de t puis celle de $g \circ t$ et verifier que f= $g \circ t$
5) Déterminer l'affixe du point F=f(E) et montrer en utilisant les affixes que les points D,B et F sont alignés et les droites (CB) et (CF) sont perpendiculaires

*****************BON TRAVAIL *****************