Le sujet comporte trois pages de 1/3 à 3/3. La page 3/3 est à rendre avec la copie .

Exercice 1 *(3 points)*

Les réponses aux questions de cet exercice seront données sans justification.

A) Vrai ou **Faux**

1. La fonction f définie par $f(x) = x\sqrt{x}$ est dérivable à droite en 0 .
2. Soit $g(x) = \dfrac{-1}{(x^2+1)}$. Pour tout réel x, on a : $g'(x) = \dfrac{-2}{(x^2+1)^2}$.
3. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - x + 1$. La courbe $\mathscr{C}$ de h dans un repère orthogonal admet exactement deux tangentes parallèles à la droite $\Delta : y = 3x$.

B) Q.C.M

Pour chaque énoncé, choisir l'unique réponse exacte parmi les trois propositions.

1. Soit x un réel. $\cos\left(\dfrac{-21\pi}{2} + x\right)$ est égal à :

a	b	c
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x$

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$. Si un point M a pour coordonnées cartésiennes $(-\sqrt{3}, 1)$ alors dans le repérage polaire, on a :

a	b	c
$M\left(2, \dfrac{2\pi}{3}\right)$	$M\left(2, \dfrac{5\pi}{6}\right)$	$M\left(2, -\dfrac{\pi}{6}\right)$

3. l'ensemble des solutions de l'équation $\cos(2x) = 0$ sont

a	b	c
$\dfrac{\pi}{4} + k\pi$	$\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}$	$\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$

Exercice 2 *(5 points)*

Dans un sac on a mis cinq jetons vertes numérotés de 1 à 5 et quatre jetons rouges numérotés de 1 à 4 et trois jetons blanc numéroté de 1 à 3.

On tire successivement et sans remise, **trois** jetons du sac. On suppose que tous les jetons sont indiscernables au toucher

1. Combien y a-t-il de tirage possible.
2. Combien y a-t-il de tirage qui contiennent trois jetons vertes.
3. Combien y a-t-il de tirage qui contiennent trois jetons unicolores.
4. Combien y a-t-il de tirage qui contiennent un seul jeton verte.
5. Combien y a-t-il de tirage qui contiennent trois jetons même numéro 1.
6. Combien y a-t-il de tirage qui contiennent un seul jeton verte et un seul jeton numéro 1.

www.devoirat.net © 2022

Exercice 3 *(5 points)*

Soit $A(x)=\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x$

1. a) Calculer $A\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
   b) Montrer que tout $x\in\mathbb{R}$, $\quad A(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x)=0$.
2. Soit $B(x)=\dfrac{-1+\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)}$.
   a) Montrer que
   $2\sin^2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=1-\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ et que $2\sin\left(x-\frac{\pi}{12}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$.
   b) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $\quad B(x)=-\tan\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$.
   c) Calculer $B(0)$ puis déduire une valeur exacte de $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

INDICATIONS :
$\cos(a+b)=\cos a.\cos b-\sin a.\sin b$.
$\sin 2a=2\sin a.\cos a$
$\cos 2a=-1+2\cos^2 a=1-2\sin^2 a$

Exercice 4 *(7 points)*

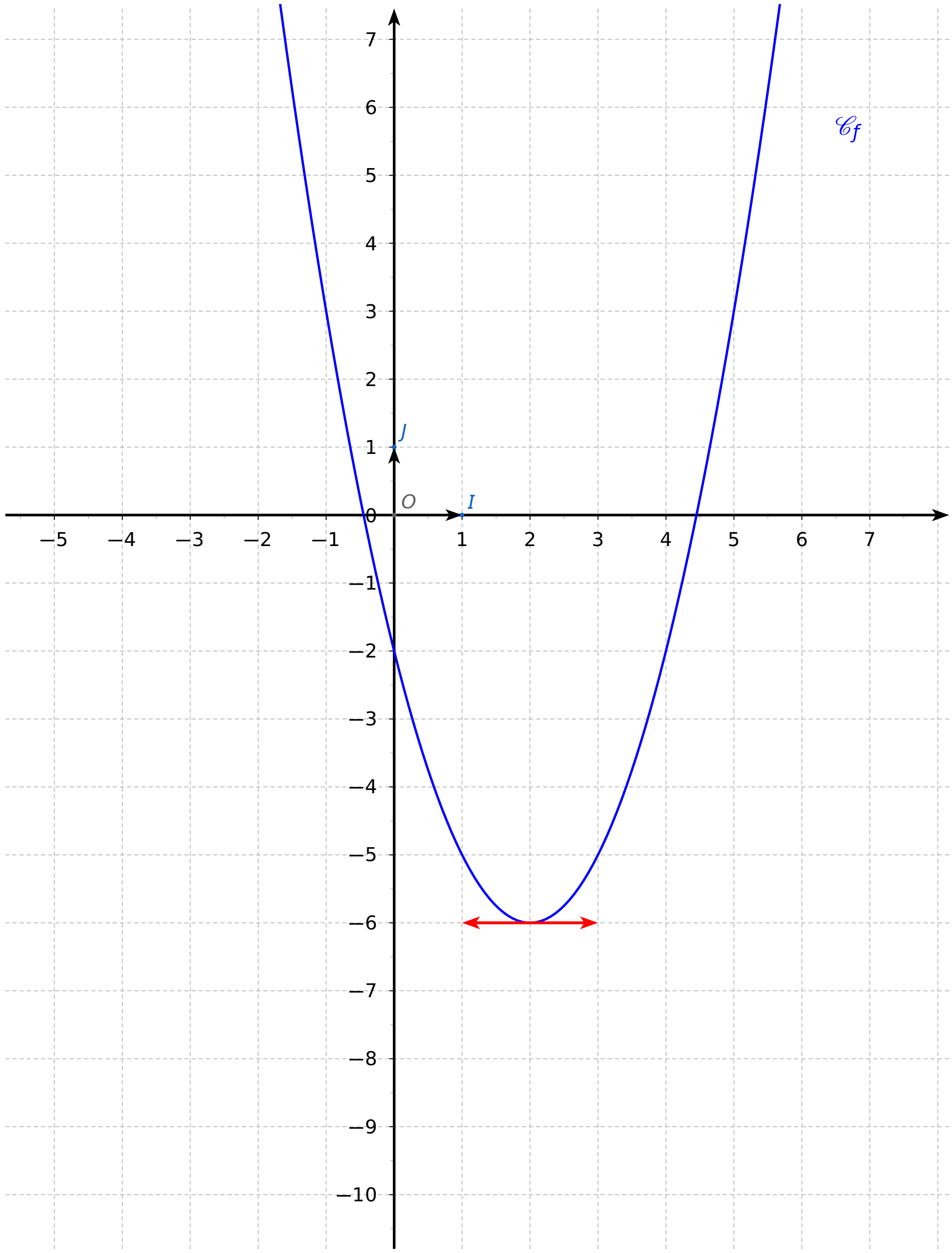
Dans l'annexe ci jointe on trace la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale au point $A(2,-6)$ et une branche infinie parabolique de direction celle de (O,J) au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.

1. Par lecture graphique déterminer :
   a) $f(0)$, $\;f'(2)$ et $f(2)$.
   b) Le tableau de variation de f.
2. On suppose que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=ax^2+bx+c$ où a, $\;b$ et c sont trois réels.
   a) Calculer la fonction dérivé f' en fonction de a et b. puis déterminer les réels a, $\;b$ et c.
   b) Déterminer les points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ et l'axe des abscisses.
   Dans la suite de l'exercice On prendra $a=1$, $\quad b=-4$, $\quad c=-2$.
3. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^3-3x^2-2$
   On désigne par $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $\left(O,\ \vec{i},\ \vec{j}\right)$.
   a) Étudier les variations de g.
   b) Déterminer les extremums locaux de g.
   c) Montrer que $I(1,-4)$ est un centre de symétrie de $\mathscr{C}_g$.
   d) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{g(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{g(x)}{x}$. Interpréter graphiquement.
4. a) Déterminer les points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
   b) Déduire position relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
   c) Tracer dans l'annexe la courbe $\mathscr{C}_g$.

www.devoirat.net © 2022

Annexe : a rendre avec la copie

Nom et Prénom : ....



www.devoirat.net © 2022