REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION
LYCEE THALEPTE

Mars

DEVOIR DE SYNTHESE N °2 - ANNEE SCOLAIRE : 2014-2015

SECTION : SCIENCES DE L'INFORMATIQUE **PROFESSEUR : GHARSALLI**

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DUREE :** 2h **COEFFICIENT :** 3

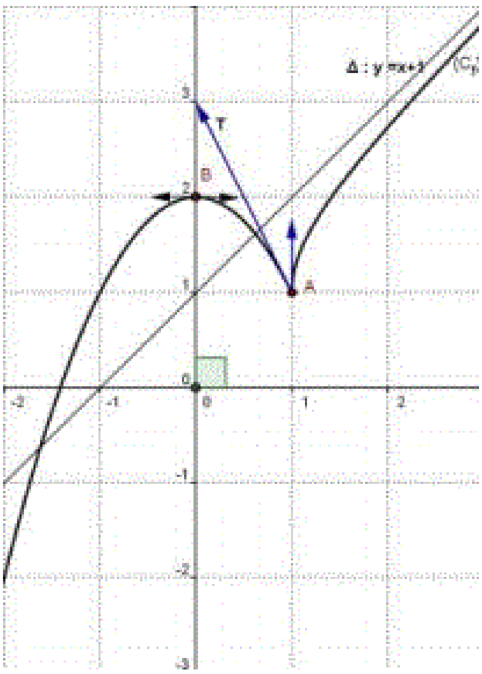
''Il est recommandé de soigner la rédaction et la présentation de la copie''

Exercice 1(4pts): *Pour chacune des questions suivantes une des trois réponses proposées est correcte ,indiquer la .*

La figure suivante présente la courbe (C_f) d'une fonction f définie et continue sur $\mathbb{R}$

La droite Δ d'équation $y = x + 1$ est une asymptote a la courbe (C_f) au voisinage de $+\infty$

La courbe (C_f) admet une tangente horizontale au point $B(0;2)$ et une demi- tangente verticale au point $A(1;1)$



1) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{f(x)-1}{x-1}$ *est égale*

$a)\ -\infty$ $\qquad b)\ +\infty$ $\qquad c)\ 0$

2) $f'_g(1)$ *est égale*

$a)\ -2$ $\qquad b)\ 0$ $\qquad c)\ 2$

3) $f'(0)$ *est égale*

$a)\ 0$ $\qquad b)\ 2$ $\qquad c)\ -1$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x]$ *est égale*

$a)\ +\infty$ $\qquad b)\ -1$ $\qquad c)\ 1$

Exercice 1 (4 points)

On donne la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & si\ x \geq -4 \\ x^2 + 2x - 8 & si\ x < -4 \end{cases}$

1)a)Déterminer le domaine de définition de f .

b)Vérifier que f est continue en (- 4) .

2)a)Etudier la dérivabilité de f à droite en (-4) .Interpréter graphiquement le résultat .

b) Montrer que f est dérivable à gauche en (-4).

3) Ecrire les équations des demi-tangentes à la courbe de f au point d'abscisse (-4)

Exercice 3 (5 points)

On considère la fonction g définie par : $g(x)=\frac{2x^2-3x-1}{x-2}$

1) Calculer $\lim_{x \to 2^-} g(x)$ et $\lim_{x \to 2^+} g(x)$ .Interprétater graphiquement le résultat .

2)Calculer $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} g(x)$.

3) a) Vérifier que :$g(x)=2x+1+\frac{1}{x-2}$.

b)En déduire que la droite Δ: $y=2x+1$ est une asymptote oblique à la courbe de g au voisinage de $+\infty$ et au voisinage de $-\infty$.

c)Etudier la position relative de la courbe de g et de son asymptoteΔ.

Exercice 4((4 points)

On donne l'expression $A(x)=-2\cos^2 x+2\sqrt{3}\,sinx\,.cosx+1$.

1)-a)Calculer $A(0)$ et $A\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

b) Vérifier que $A(x)=\sqrt{3}sin2x-cos2x$.

2)-Montrer que $\sqrt{3}sin2x-cos2x=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$.

3)- Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'équation $-2\cos^2 x+2\sqrt{3}\,sinx\,.cosx+1=0$.

Exercice 5((3 points)

Soit $x\in\left]0,\pi\right]$

1. Montrer que $\left(\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}\right)^2=1+\sin x$.

2. *Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé direct du plan et M un point de coordonnées*

$$X=\frac{\cos x}{\sqrt{2+2\sin x}} \quad \text{et} \quad Y=\frac{1+\sin x}{\sqrt{2+2\sin x}}$$

a) Vérifier que $X^2+Y^2=1$

b) Sur quelle ligne se déplace le point M lorsque x varie dans $\left]0,\pi\right[$

Bon Travail