Lycée Houmet Souk Prof : Loukil Mohamed	Devoir de Contrôle N : 2 Durée : 2 Heures	3 Sciences 2 16 - 02 - 2019

EXERCICE N : 1 (3.75 points)

Pour chaque proposition , indiquer si elle est **vraie** ou **fausse** en **justifiant la réponse** .

1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos(x)}{\sin^2(x)} = 0$.

2) $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{1-\sin(x)}{1+\cos(x)} = +\infty$.

3) Si $f(x) = \dfrac{\sin(x)-1}{\cos(x)}$ alors $f'(x) = \dfrac{1}{1+\sin(x)}$.

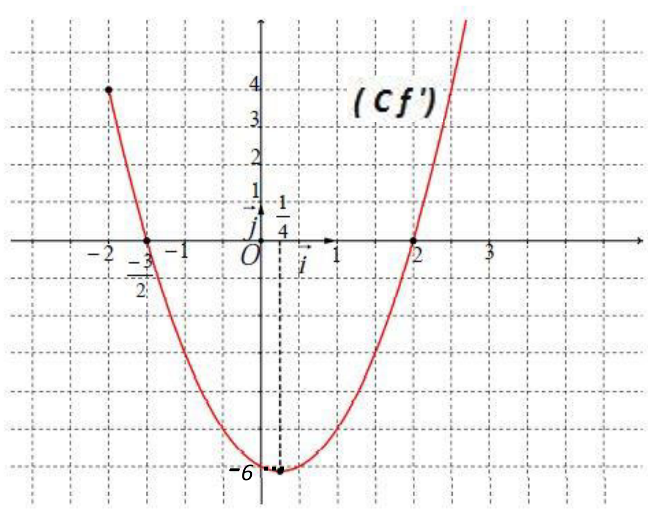
4) $f(x) = x^6 + 2x^4 - x + 1$. f est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$.

5) f est une fonction deux fois dérivable sur IR. Si f' admet un extremum en un réel $\boldsymbol{a}$ alors $f''(\boldsymbol{a}) = 0$

EXERCICE N : 2 (3.5 points)

f est une fonction deux fois dérivable sur $[-2 ; +\infty[$.

Dans la figure ci-contre on a représenter la courbe **(C f ')** représentative de la fonction **f '** dérivée de f .



1) Donner le sens de variations de f sur $[-2 ; +\infty[$

2) Sachant que $f(-2) < f(2)$, donner le nombre d'extremum(s) de f . Justifier

3) Comparer $f''(-1)$ et $f''(1)$. Justifier

4) Sachant que la courbe **(C f)** de f passe par le point O , déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à **(C f)** en O .

5) Déterminer les abscisses des points de **(C f)** où les tangentes sont parallèles à la droite $\Delta : y = -3x$

EXERCICE N : 3 (6 points)

A) Soit $f(x) = 1 - \cos(2x) + \sin(2x)$.

1) a) Calculer $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $f\left(-\frac{\pi}{12}\right)$ et $f\left(\frac{5\pi}{8}\right)$.

b) Justifier que la fonction f n'est ni paire et ni impaire .

2) a) *Vérifier que pour tout réel* x *on a :* $\cos x + \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

b) *Déduire que pour tout réel* x *on a :* $f(x) = 2\sqrt{2}\sin x \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

c) *Résoudre dans* IR *puis dans* $[0, \pi]$ *l'équation :* $f(x) = 0$.

3) *Soit* $g(x) = 1 + \sin(2x)$. *Montrer que* $g(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

B) *Soit* $h : [0, \pi] \longrightarrow IR \quad ; \quad x \longmapsto h(x) = \dfrac{1 + \sin(2x)}{1 - \cos(2x) + \sin(2x)}$.

1) *Déterminer le domaine de définition* D_h *de* h .

2) a) *Simplifier* $h(x)$ *pour tout* $x \in D_h$

b) *Résoudre dans* D_h *l'inéquation :* $0 \leq h(x)$.

<u>EXERCICE N : 4</u> (6.75 points)

A) *Soit la fonction f définie par :* $f(x) = \dfrac{ax^2 - 3x + b}{x - 1}$.

On désigne par **(C f)** *la courbe représentative de* f *dans le repère orthonormé* $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) *Justifier que* f *est dérivable sur* $IR \setminus \{1\}$.

b) *Prouver que pour tout* $x \in IR \setminus \{1\}$; $f'(x) = \dfrac{ax^2 - 2ax + 3 - b}{(x-1)^2}$.

2) *f admet un extrémum 3 en 3 . Déterminer les réels a et b .*

B) On prend pour la suite : $a = 1$ ***et*** $b = 6$.

1) *Dresser le tableau de variations de* f .

2) *Préciser les extremums de* f *et leur nature* .

C) *Soit la fonction* h *définie sur IR par :* $\begin{cases} h(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 6}{x - 1} & \text{si } x \leq 0 \\ h(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4} - 8 & \text{si } 0 < x \end{cases}$

On désigne par **(C h)** *la courbe représentative de* h *dans le repère orthonormé* $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) *Montrer que h est continue en 0* .

b) *D'après la question* **A) 1) b)** *donner la valeur de* $h'_g(0)$.

c) *Etudier la dérivabilité de* h *à droite de 0 . h est elle dérivable en 0 ? Justifier*

2) a) *Justifier que h est dérivable sur* $]0, +\infty[$.

b) *Calculer* $h'(x)$ *pour tout* $x \in]0, +\infty[$.

c) *Dresser le tableau de variation de* h *sur IR* .

Bonne chance