LS El Alia	**Devoir de contrôle n°2(3M)**	**AS:2017/2018**
Prof: Tlich Ahmed		**Durée : 2h**

Exercice n°1: (8 points)

Soit la fonction définie sur $IR/\{2\}$ par $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2-x-1}{x-2} & \text{si } x>1 \text{ et } x\neq 2 \\ \sqrt{x^2+3}-x & \text{si } x\leq 1 \end{cases}$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que f est continue en 1.

2) a)Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 et interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que f est dérivable à gauche en 1 et donner une équation de la demi tangente T à (C_f) au point d'abscisse 1.

c) f est elle dérivable en 1? Justifier.

3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat.

4) a) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

b) Montrer que la droite D: y x+1 est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de +∞.

c)Etudier la position relative de (C_f) et D dans]1,+∞[$/\{2\}$

5) a) Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ +2x puis interpréter graphiquement le résultat

Exercice n°2:(5 points)

La courbe (C_f) ci contre est celle d'une fonction f définie sur IR* , elle admet :

*La droite $\Delta: y = x + 1$ est une asymptote oblique à (C_f) ao voisinage de +∞.

* La droite $D: y = 1$ est une asymptote horizontale à (C_f) ao voisinage de -∞.

* La droite $D': x = 0$ est une asymptote verticale à (C_f).

*(T) est la tangente à (C_f) au point d'abscisse -1.

1) a)Calculer graphiquement les limites suivantes:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-2x^2+3x-2$

b) Soit m un réel, discuter suivant les valeurs de m le résultat de la limite:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)+mx^2+3x-2$

2) Dresser graphiquement le tableau de variation de f.

3) a) calculer f(-1) et f'(-1).

b) Donner une équation de la tangente (T)

4) Soit la fonction g définie sur IR/$\{0,1\}$ par $g(x)=\frac{1}{f(x)-1}$

a) Montrer que g est prolongeable par continuité en 0.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

<u>Exercice n°3:</u> (7 points)

Le plan est orienté dans le sens direct.

Dans la figure ci dessous on considère BCD un triangle et tel que

$(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DB})\equiv\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$. A est le projeté orthogonale de C sur [BD] et soit E le point du segment [AC] et tel que $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BE})\equiv\frac{-83\pi}{6}\ [2\pi]$.Le triangle AFC est équilatéral.

H est le milieu du segment [CD].

1) a) Déterminer la mesure principal de $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BE})$.

b) Déduire que $(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EA})\equiv\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$.

2) Montrer que les droites (EB) et (CD) sont perpendiculaires.

3) a) Vérifier que $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DA})\equiv(\overrightarrow{FC},\overrightarrow{FA})[2\pi]$

b) Déduire que les points A,C,D et F appartient à un même cercle (C) que l'on précisera puis construire ce cercle.

c) Déduire l'ensemble des points M du plan vérifiant: $(\overrightarrow{MC},\overrightarrow{MA})\equiv\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$

4)a) Donner une mesure de $(\overrightarrow{DF},\overrightarrow{DA})$

b) Déduire la nature du triangle DFA.

c) Déduire que [DC] est la bissectrice de $(\overrightarrow{DF},\overrightarrow{DA})$.