REPUBLIQUE TUNISIENNE- MINISTERE DE L'EDUCATION ❄❄❄❄ **DEVOIR DE CONTROLE N : 2**		LYCEE **AJIM** JERBA ⌖⌖⌖ BEN BRAHIM KHALED
EPREUVE : MATHEMATIQUES	COEFFICIENT : 4	NIVEAU ET SECTION : 3e M
Premier trimestre	Date : 18 février 2011	Durée : 2 heures

Commentaires *: Le sujet comporte deux pages.*
Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez.
Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

<u>Exercice</u> <u>**1**</u> (06 points)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{\cos(3x)+3\cos(x)}}{\cos(x)-\sin(2x)}$.

Soit Q la restriction de f à l'intervalle $]-\pi;\ \pi]$.

1) a. Résoudre dans $]-\pi;\ \pi]$ l'équation : $\cos(x) - \sin(2x) = 0$.

b. Montrer l'égalité suivante : $\cos(3x) + 3\cos(x) = 4\cos^3(x)$.

c. Résoudre dans $]-\pi;\ \pi]$ l'inéquation : $\cos(3x) + 3\cos(x) \geq 0$.

2) Donner le domaine de définition D de la fonction Q.

3) a. Montrer que pour tout réel x de D, on a : $Q(x) = \frac{2\sqrt{\cos(x)}}{1-2\sin(x)}$.

b. Calculer la limite de f en $\frac{\pi}{2}$.

<u>Exercice</u> <u>**2**</u> (06 points)

ABC est un triangle équilatéral direct de centre O.

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [BC].

On désigne par M, N et P des points appartenant respectivement aux segments [AB], [BC] et [CA] et tels que : AM = BN = CP. (Le point M est distinct de A et de B.)

Soit R la transformation qui envoie A sur B et M sur N.

1) a. Montrer que R est une rotation.

b. Déterminer l'angle de R et vérifier que O est son centre.

2) a. Montrer que le triangle ABC est globalement invariant par R.

b. Quelle est l'image par la rotation R du point P ? Justifier votre réponse.

3) Prouver que les points O, A, P et M sont cocycliques.

Exercice 3 (08 points)

Soit f la fonction définie sur IR – {2} par :

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x-2}.$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1) a. Montrer que (C) admet en $-\infty$ et en $+\infty$ une asymptote (D) d'équation $y = x - 4$.

   b. Préciser la position relative de (C) et (D).

2) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

3) Tracer soigneusement (C). On prendra le centimètre pour unité de longueur.

4) On considère la droite (Δ_m) d'équation $y = mx$, où m est un nombre réel.

   Etudier graphiquement l'existence de points d'intersection de (C) et (Δ_m).

5) Lorsqu'ils existent, on désigne par M et N les deux points d'intersection de (C) et (Δ_m) et par I le milieu de [MN].

   a. Déterminer, en fonction de m, les coordonnées de I.

   b. Démontrer qu'il existe, entre les coordonnées de I, une relation indépendante de m. En déduire l'ensemble des points I.

Bon travail et bonne chance