DEVOIR DE CONTROLE DE MATHEMATIQUES N°3
SECTION :PREMIERE ANNEE SECONDAIRE
CLASSES :PREMIERE ANNEE S1+S2
DUREE : 45 MINUTES

LYCEE OUED ELLIL
ANNEE SCOLAIRE :2011-2012
PROF : BELLASSOUED MOHAMED

Calculatrice autorisée

EXERCICE 1: 3 POINTS

Cocher la bonne réponse :

1- L'écriture réduite de $(2x^2)^2 + 5x^{10} - 4(x^4 - 2) - 4(x^2)^5 - 9$ est :

a)☐ $x^6 - 1$ b)☐ $x^{10} - 1$ c)☐ $-2x^4 + x^{10} - 1$

2- $(\sqrt{2} - 1)^3 =$

a)☐ $2\sqrt{2} - 1$ b)☐ $-7 + 5\sqrt{2}$ c)☐ $7 + 5\sqrt{2}$

3- a et b deux réels alors $a^3 - b^3 =$

a)☐ $(a-b)(a^2+b^2)$ b)☐ $(a-b)(a^2+ab-b^2)$ c)☐ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$

EXERCICE 2 : 6 POINTS

– les deux questions sont indépendantes –

1- Factoriser les expressions suivantes :

- $A = (x+2)^2 - 4$
- $B = x^3 + 8$

2- Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- $3x + 2 = x + 4$
- $|x + 8| = 8$
- $(x-1)^2(x+1) + x^3 - 1 = 0$

EXERCICE 3 : 4 POINTS

la figure 1 si contre représente un rectangle ABCD.
la partie grise représente un parallélogramme EBGD.
On désigne par $\mathscr{A}_1$ l'aire du parallélogramme EBGD
et par $\mathscr{A}_2$ l'aire de la partie blanche restante

1- a-Exprimer l'aire du rectangle ABCD en fonction de x
   b- Exprimer l'aire $\mathscr{A}_1$ en fonction de x

2- Déterminer x pour que l'aire $\mathscr{A}_1$ soit égale a l'aire $\mathscr{A}_2$

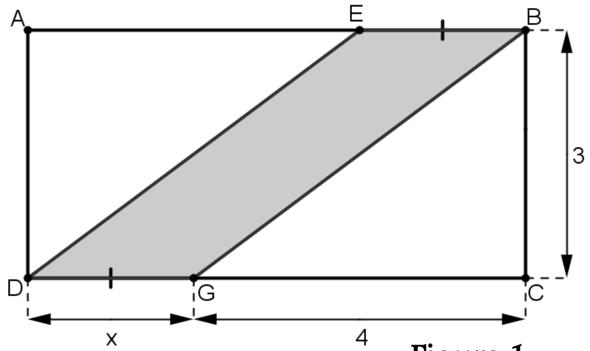

Figure 1

EXERCICE 4: 7 POINTS

la figure 2 si contre représente un demi cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$ et de rayon 1. O le milieu de $[AB]$ M un point de $\mathscr{C}$ et C le projeté orthogonal de M sur $[AB]$. On pose $x = \widehat{MAB}$ avec $0° \prec x \prec 45°$

1- justifier que $\widehat{MOC} = 2x$ et que le triangle MAB est rectangle en M

2- montrer que $\cos x = \dfrac{AC}{AM} = \dfrac{AM}{AB}$ ①

3- a- montrer que $OC = \cos(2x)$

   b-en déduire que $AC = 1 + \cos(2x)$ ②

4- a-en utilisant les relations ① et ② montrer que $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$

   b-en déduire que $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$

5- a-montrer que $MC = \sin(2x)$ et $MB = 2\sin x$

   b-en déduire que $\sin(2x) = 2\sin x \cos x$

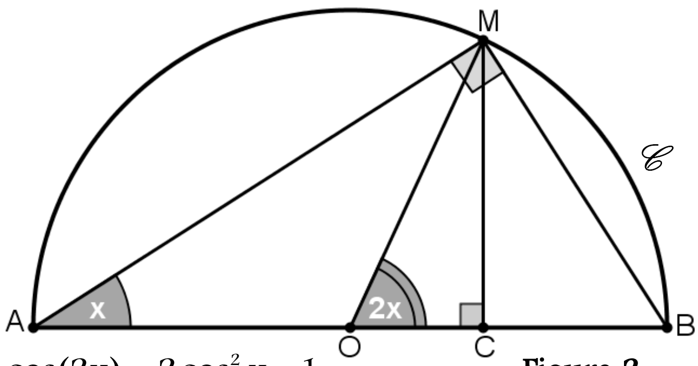

Figure 2

CORRECTION DE L'EXERCICE 4 :FORMULES DE DUPLICATION

ENONCÉ

la figure 2 si contre représente un demi cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$ et de rayon 1. O le milieu de $[AB]$ M un point de $\mathscr{C}$ et C le projeté orthogonal de M sur $[AB]$. On pose $x = \widehat{MAB}$ avec $0° \prec x \prec 45°$

1- justifier que $\widehat{MOC} = 2x$ et que le triangle MAB est rectangle en M

2- montrer que $\cos x = \dfrac{AC}{AM} = \dfrac{AM}{AB}$ ①

3- a- montrer que $OC = \cos(2x)$

b-en déduire que $AC = 1 + \cos(2x)$ ②

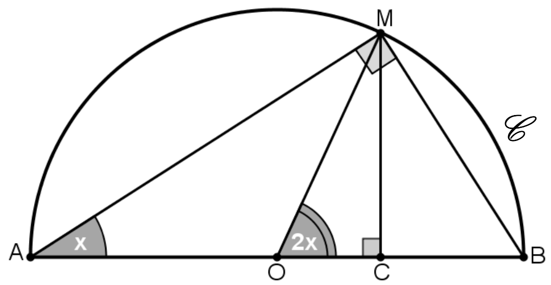

Figure 2

4- a-en utilisant les relations ① et ② montrer que $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$

b-en déduire que $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$

5- a-montrer que $MC = \sin(2x)$ et $MB = 2\sin x$

b-en déduire que $\sin(2x) = 2\sin x \cos x$

CORRIGÉ

1- • $\widehat{MAB}$ est un angle inscrit dans le cercle $\mathscr{C}$ qui intercepte le même arc $\overset{\frown}{MB}$ avec l'angle au centre $\widehat{MOC}$. Donc $\widehat{MOC} = 2\widehat{MAB}$ et puisque $\widehat{MAB} = x$, alors $\boxed{\widehat{MOC} = 2x}$

• $\mathscr{C}$ est un demi cercle de diamètre $[AB]$ et $M \in \mathscr{C}$ donc le triangle MAB est rectangle en M .

2- • le triangle AMC est rectangle en C donc $\cos x = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypothenuse}} = \dfrac{AC}{AM}$

• le triangle AMB est rectangle en M donc $\cos x = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypothenuse}} = \dfrac{AM}{AB}$

$\Rightarrow \boxed{\cos x = \dfrac{AC}{AM} = \dfrac{AM}{AB}}$ ①

3-a-le triangle COM est rectangle en C donc $\cos 2x = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypothenuse}} = \dfrac{OC}{OM} = \dfrac{OC}{1} = OC$ .Ainsi $\boxed{OC = \cos(2x)}$

b- $AC = \underbrace{AO}_{1} + \underbrace{OC}_{\cos(2x)} = 1 + \cos(2x)$ donc ② $\boxed{AC = 1 + \cos(2x)}$

4-a d'après ② on a : $\cos(2x) = AC - 1$, d'après ① on a : $AC = AM\cos x$ et $AM = AB\cos x = 2\cos x$

donc $AC = 2\cos x \cdot \cos x = 2\cos^2 x$ et par suite $\boxed{\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1}$

b- $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 = 2\cos^2 x - (\cos^2 + \sin^2 x) = \underbrace{2\cos^2 x - \cos^2 x}_{\cos^2 x} - \sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

donc $\boxed{\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x}$

$\cos(2x) = \underbrace{\cos^2 x}_{1-\sin^2 x} - \sin^2 x = 1 - \sin^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$ donc $\boxed{\cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x}$

Et par suite $\boxed{\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1}$: **formules de duplication**

5-a-le triangle MOC est rectangle en C donc $\sin(2x) = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypothenuse}} = \dfrac{MC}{OM} = \dfrac{MC}{1} = MC$ .Ainsi $\boxed{MC = \sin(2x)}$

le triangle MAB est rectangle en M donc $\sin x = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypothenuse}} = \dfrac{MB}{AB} = \dfrac{MB}{2}$. Ainsi $\boxed{MB = 2\sin x}$

b-le triangle MAB est rectangle en M et MC la hauteur issue de M donc : $MA \times MB = MC \times AB$

• $MA = 2\cos x$, • $MB = 2\sin x$, • $MC = \sin(2x)$ et • $AB = 2$

$MC \times AB = MA \times MB$ signifie $2\sin(2x) = 2\cos x \cdot 2\sin x$ et par suite :

$\boxed{\sin(2x) = 2\sin x \cos x}$: **formule de duplication**