

Exercice N. 01(04points)

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

1) pour tout angle aigu x on a : $\frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$

2) soit x un angle aigu si $\sin x = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ alors $\cos x = \frac{\sqrt{1+\sqrt{2}}}{2}$

3) pour tout $a \in [0,1]$ $(\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}} + \sqrt{1-\sqrt{1-a^2}})^2 = 2(1+a)$

4) $\cos^2 15 - \sin^2 40 = -\cos^2 75 + \sin^2 50$

Exercice N. 02(10 points)

1-Calculer la somme suivante

$$S = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + \dots + 10\sqrt{2}$$

En déduire : $2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 8\sqrt{2} + 10\sqrt{2} + 12\sqrt{2} + \dots + 20\sqrt{2}$.

2 a)- Montrer que pour tout entier naturel n , $\sqrt{n+1} + \sqrt{n}$ et $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ sont inverses.

b) - Simplifier alors :

$$E = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{8}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2018} + \sqrt{2019}} + \frac{1}{\sqrt{2019} + \sqrt{2020}}$$

3) a- Soit n un entier naturel non nul, montrer que : $1 - \frac{1}{n^2} = \frac{n-1}{n} \times \frac{n+1}{n}$

b- Calculer alors : $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \dots (1 - \frac{1}{10^2})$

4) Calculer :

$$A = (2 - \frac{1}{3})(2 - \frac{2}{3})(2 - \frac{3}{3})(2 - \frac{4}{3}) \times \dots \times (2 - \frac{10}{3})$$

$$B = (1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{10})$$

$$C = (1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{3})(1 + \frac{1}{4})(1 + \frac{1}{5}) \dots (1 + \frac{1}{2020})(1 + \frac{1}{2021})$$

Exercice. 03 (06 points)

1-ABC un triangle rectangle en A tel que $\hat{A}BC = 60^\circ$ et $AB = 4$

Calculer BC et AC

2-Soit le point D sur [AC] telque $AB = AD$.

a-Calculer CD

Soit E le projeté orthogonal de C sur (BD)

b- Donner la valeur de l'angle \hat{EDC}

c-Déduire que $EC = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$

3-a-Montrer que : $\hat{ECB} = 75^\circ$

b-Déduire la valeur exacte de $\cos(75^\circ)$

