Epreuve de maths **Devoir De Synthese N°1** Classe 1A _ Y.Boulila

Algèbre

Exc 1

On appelle f la fonction définie par $f(x) = (x-3) - 2(x-3)(x+7)$.

1. Factoriser $f(x)$.
2. Développer $f(x)$
3. Résoudre l'inéquation $(x-3)(-2x-13) > 0$

Exc 2

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Donnez la réponse exacte. Une réponse correcte rapporte 2 points, une réponse fausse coûte 1 point. Une réponse ambiguë, ou une abstention, ne rapportent ni ne coûtent.

1. La quantité $\left|\sqrt{2}-5\right| + \left|6-2\sqrt{2}\right|$ est égale à :

$1-\sqrt{2}$ $\quad$ $11+3\sqrt{2}$ $\quad$ $11-3\sqrt{2}$ $\quad$ $1+\sqrt{2}$ $\quad$ $2+\sqrt{2}$

2. L'équation $|x-1| = 4$ a pour solution :

5 et –5 $\quad$ 5 et –3 $\quad$ 5 $\quad$ 5 et 3 $\quad$ Aucune de ces réponses

3. L'intervalle $[-2;6]$ est représenté par l'inéquation :

$|x+1| \leq 3$ $\quad$ $|x-1| \leq 3$ $\quad$ $-2 \leq |x| \leq 6$ $\quad$ Aucune de ces réponses

4. Soit x un nombre réel. Alors $|-x|$ est égal à :

x $\quad$ $-x$ $\quad$ $|x|$ $\quad$ Aucune de ces réponses

Exc 3

On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ par $f(x) = \frac{3x+5}{x+2}$.

1. Démontrer que, pour tout $x \neq -2$, $f(x) = 3 - \frac{1}{x+2}$.
2. Prouver que pour tout nombre réel $x > -2$, $f < 3$.
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exc 4

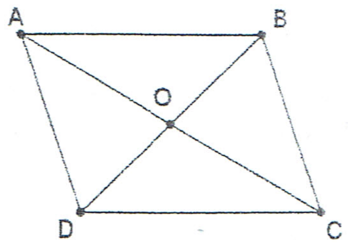
1. a et b sont des nombres réels.
   a. Démontrer que $(a+b)^3 + (a-b)^3 = 2a(a^2+3b^2)$
   b. En déduire une expression simplifiée de $f(x) = (x+\sqrt{1+x^2})^3 + (x-\sqrt{1+x^2})^3 - 8x^3 - 6x$
   c. En déduire la valeur exacte de $f(3^{2014})$

Epreuve de maths Devoir De Synthese N1 Classe 1A Y. Boulila

Géométrie

Exercice I

$ABCD$ est un parallélogramme et ses diagonales se coupent en O.



(1) Compléter par un vecteur égal :

a) $\overrightarrow{AB} = \ldots$

b) $\overrightarrow{BC} = \ldots$

c) $\overrightarrow{DO} = \ldots$

d) $\overrightarrow{OA} = \ldots$

e) $\overrightarrow{CD} = \ldots$

(2) Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier :

a) $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$

b) $[AB] = [DC]$

c) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$

d) $OA = OC$

e) $AB = DC$

f) $O = \text{mil}\,\overrightarrow{AC}$

g) $\text{mil}\,\overrightarrow{BD} = \text{mil}\,\overrightarrow{AC}$

h) $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB}$

Exercice II

Soit ABC un triangle quelconque.

(1) Construire :

- le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC}$;
- le point P tel que $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{BC}$;
- le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC}$.

(2) Montrer que $A = \text{mil}[NP]$, $B = \text{mil}[PM]$ et $C = \text{mil}[MN]$.

(3) Quel est le rapport des aires des triangles ABC et MNP ? Justifier !

Exercice III la hauteur inaccessible

AOH est un triangle rectangle en O, B est un point de $[AO]$. On appelle a l'angle $\widehat{HOA}$ et b l'angle $\widehat{HOB}$. Le but de l'exercice est d'exprimer OH en fonction de AB et des angles a et b.

1) Montrer que $OH = OA \tan a = OB \tan b$.

2) En écrivant que $OA - OB = AB$ montrer que $OA = \dfrac{\tan b}{\tan b - \tan a} AB$.

3) En déduire que $OH = \dfrac{\tan a \times \tan b}{\tan b - \tan a} AB$.

4) Une falaise se trouve de l'autre côté d'une rivière. On cherche à mesurer sa hauteur sans franchir l'eau. Du bord, on la voit suivant un angle de 50°, et 20 mètres plus loin suivant un angle de 40°. Quelle est la hauteur de la falaise ?