

Institut : <u>Mahmoud Al-Masaadi Bardo</u>	Chapitre : Généralités sur les fonctions	Prof : Ayadi Mondher 2 ème sciences
--	---	--

I. Pour démarrer :

Exercice :

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

- | | |
|---|---|
| 1) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto x^2 + 3x - 4$ | 2) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto \frac{x-3}{x^2+4x}$ |
| 3) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto \sqrt{x+2}$ | 4) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto \frac{x}{x+2}$ |
| 5) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto \sqrt{1-x^2}$ | |

Remarque :

Le domaine de définition est l'ensemble des réels x tel que f existe.

II. Représentation graphique d'une fonction :

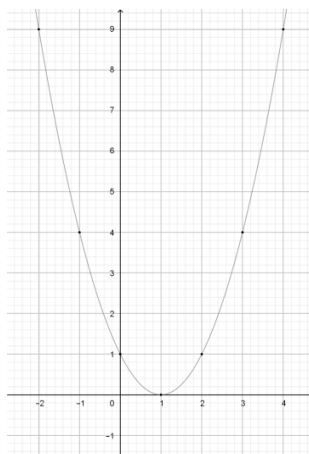
Activité :

Soit $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \longmapsto x^2 - 2x + 1$

- Déterminer le domaine de définition de f .
- Montrer que $f(x) = (x - 1)^2$.
- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) \geq f(1)$.
- Terminer le tableau suivant

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$							

- Tracer la courbe C_f de la fonction f .



Définition :

Le plan est muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j})

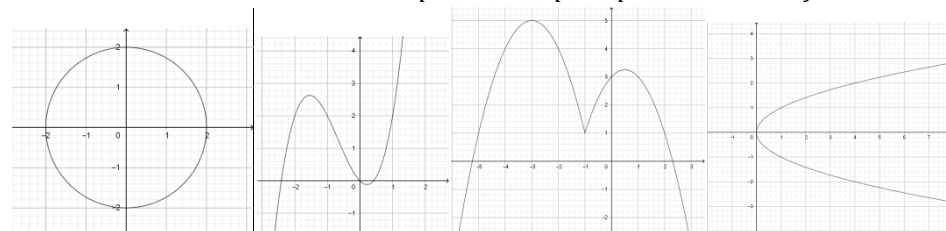
Soit f une fonction définie sur un ensemble E . On appelle représentation graphique de f , ou courbe représentative de f , l'ensemble des points M de coordonnées $(x, f(x))$, où $x \in E$.

Vocabulaire :

Si une fonction f est définie sur un ensemble E , a pour représentation graphique la courbe C_f , on dit que C_f a pour équation $y = f(x)$, avec $x \in E$.

Activité :

Parmi les courbes ci-dessous, indiquer celles qui représentent une fonction :



courbe 1

courbe 2

courbe 3

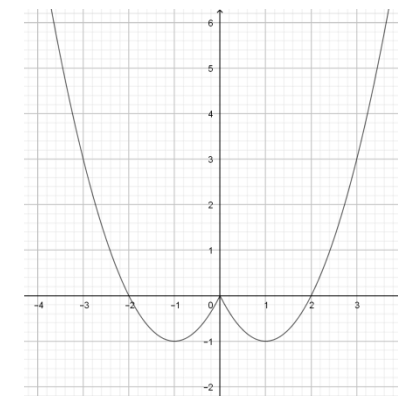
courbe 4

Activité 4 page 34 :

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f .

Lire sur ce graphe :

- les images de 1, 2, et $\frac{5}{2}$ par f .
- les antécédents de 0.
- La valeur minimale de $f(x)$.
- Le nombre de points d'intersection de la courbe avec la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}$.
- L'ensemble de solutions de l'inéquation $f(x) < 0$

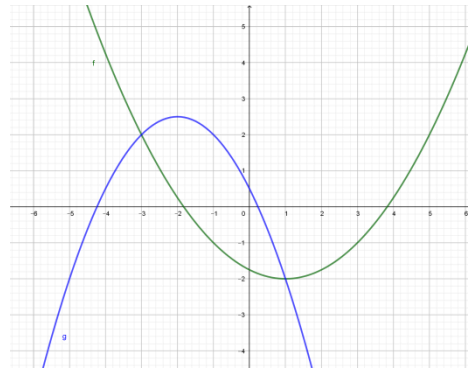


Activité 5 page 35 :

Dans la figure ci-contre, on a représenté deux fonctions f et g .

- 1) Lire l'image de -1 par f et g respectivement.
- 2) Résoudre graphiquement
 - a) $f(x) = 2$; b) $g(x) = 3$;
 - c) $f(x) = g(x)$; d) $f(x) < (-1)$
- 3) Comparer $f(x)$ et $g(x)$ lorsque x est un réel de l'intervalle $[-3, 1]$

Remarque : $f(x) = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2$ et
 $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{2}$

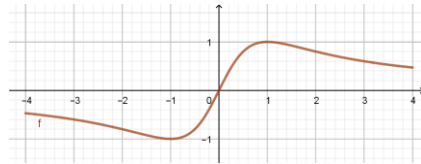


III. Maximum et minimum :

Activité :

Dans le graphique ci-contre, la courbe représentative de la fonction f définie sur $[-4, 4]$ par $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$.

- 1) Déterminer graphiquement la valeur minimal de $f(x)$ et déduire la valeur de x pour atteinte cette valeur minimal.
- 2) trouver le résultat par le calcul.
- 3) Déterminer graphiquement la valeur maximum de $f(x)$ et déduire son antécédent x puis trouver le résultat par le calcul.



Définition :

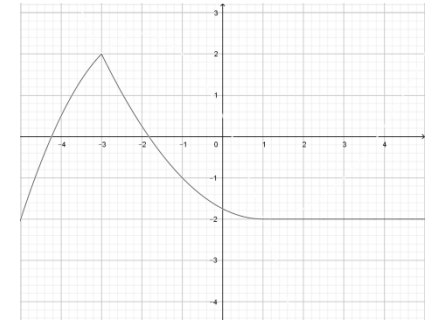
Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un réel appartenant à I .

- La fonction f admet un minimum en a sur l'intervalle I , lorsque :
Pour tout réel x de I , $f(x) \geq f(a)$. Le réel $f(a)$ est le minimum de f sur I
- La fonction f admet un maximum en a sur l'intervalle I , lorsque :
Pour tout réel x de I , $f(x) \leq f(a)$. Le réel $f(a)$ est le maximum de f sur I

Exercice :

On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 2x - 3$

- a) calculer $f(-1)$ puis $f(x) - f(-1)$
- b) En déduire que f admet un minimum que l'on précisera.



IV. Sens de variation d'une fonction :

Activité :

Soit la représentation graphique ci-contre de la fonction f définie sur $[-5, 5]$

- 1) Soient a et b deux réels de $[-5, -3]$ tels que $a \leq b$. Comparer $f(a)$ et $f(b)$.
- 2) Soient a et b deux réels de $[-3, 1]$ tels que $a \leq b$. Comparer $f(a)$ et $f(b)$.
- 3) Soient a et b deux réels de $[1, 5]$ tels que $a \leq b$. Comparer $f(a)$ et $f(b)$.

Définition :

Soit f une fonction définie sur un ensemble E et I un intervalle inclus dans E .

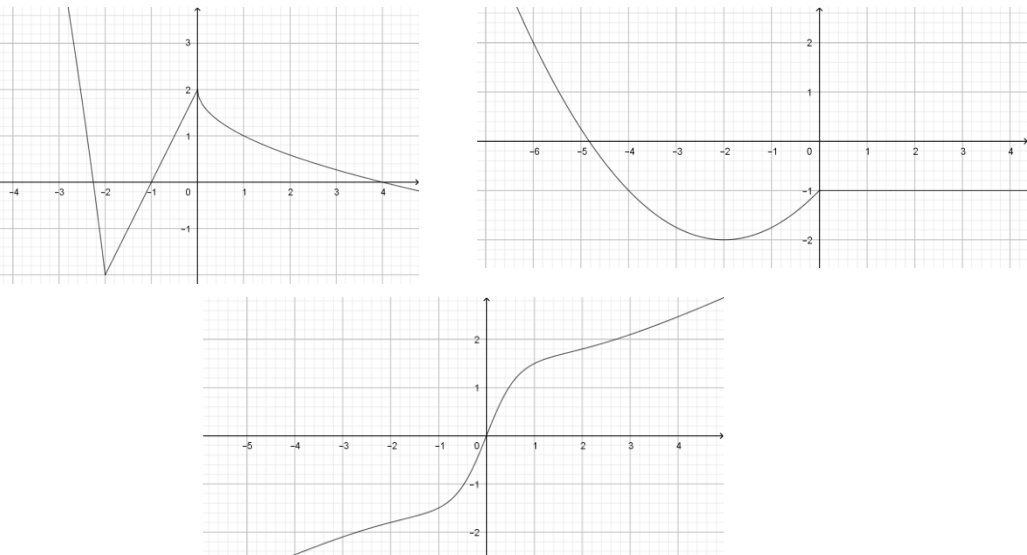
- La fonction f est croissante sur l'intervalle I , si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, $f(a) \leq f(b)$.
- La fonction f est décroissante sur l'intervalle I , si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, $f(a) \geq f(b)$.
- La fonction f est constante sur l'intervalle I , si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, $f(a) = f(b)$.

Vocabulaire :

Une fonction est dite monotone sur un intervalle I , si elle est croissante sur I ou décroissante sur I .

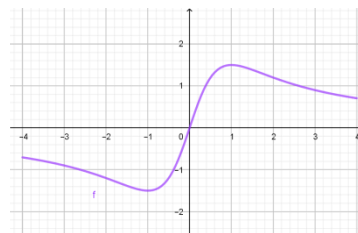
Exercice :

Décrire les variations de f dans chacune des cas suivants :



2) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{3x}{x^2+1}$ sur $[-4, 4]$

- Vérifier que $x \in [-4, 4]$ alors $-x \in [-4, 4]$.
- Comparer $f(-x)$ et $f(x)$.
- Que représente le point O pour C_f ?



Définition :

Soit f une fonction définie sur E .

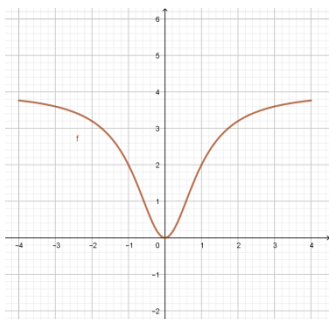
- On dit que f est paire si, pour tout réel x de E , on a $-x \in E$ et $f(-x) = f(x)$.
- On dit que f est impaire si, pour tout x de E , on a $-x \in E$ et $f(-x) = -f(x)$.

V. Parité et symétrie :

Activité :

1) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{4x^2}{x^2+1}$ sur $[-4, 4]$

- Vérifier que $x \in [-4, 4]$ alors $-x \in [-4, 4]$.
- Comparer $f(-x)$ et $f(x)$.
- Que représente l'axe (O, \vec{j}) pour C_f ?



Conséquence :

Dans un repère orthogonal.

- La courbe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées
- La courbe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère

Exercice (activité 16 page 39)

Soit f une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . Déterminer dans chacun des cas suivants l'ensemble de définition de f puis dire si la fonction est paire, impaire ou ni paire ni impaire.

- $f(x) = \frac{x}{x-2}$; b) $f(x) = \frac{x}{|x|-2}$; c) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$
- d) $f(x) = x + \frac{1}{x}$; e) $f(x) = x^2 + |x| + 2$; g) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$