

# COMPORTEMENT D'UN SOLIDE DEFORMABLE

## EXERCICES D'APPLICATIONS TORSION SIMPLE

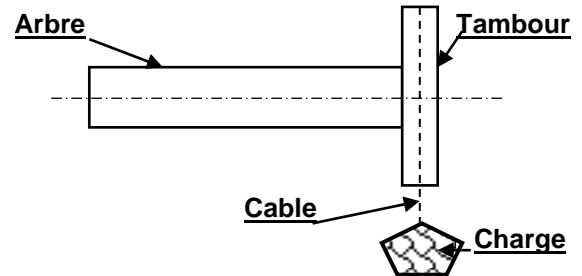
### EXERCICE N° 01

Un arbre lié à son extrémité droite à un tambour pour soulever une charge. Cet arbre est assimilé à une poutre cylindrique pleine en acier de résistance pratique au glissement  $R_{pg} = 200 \text{ N/mm}^2$  et de module de coulomb  $G = 80000 \text{ N/mm}^2$ .

La charge maximale à soulever par le tambour est  $M = 300 \text{ kg}$ .

Le tambour a un diamètre  $D = 400 \text{ mm}$ .

- 1) Calculer la valeur du couple appliqué sur l'arbre ( $C$ ).
- 2) Calculer le diamètre minimal ( $d_{\text{mini}}$ ) de l'arbre. Donner une valeur pour le diamètre ( $d$ ).



### EXERCICE N° 02

On considère un arbre intermédiaire dans un ensemble transmettant une puissance  $P = 5.7 \text{ Kw}$  à une vitesse de rotation  $N = 225 \text{ trs/mn}$ .

Cet arbre est assimilé à une poutre cylindrique pleine en acier de résistance pratique au glissement  $R_{pg} = 200 \text{ N/mm}^2$  et de module de coulomb  $G = 80000 \text{ N/mm}^2$ .

- 1) Calculer la valeur du moment de torsion appliquée sur l'arbre ( $M_t$ ).
- 2) Pour une condition de rigidité, on veut limiter l'angle unitaire de torsion à une valeur limite  $\theta_{\text{limite}} = 10^\circ/\text{m}$ . Calculer le diamètre minimal ( $d_{\text{mini}}$ ) de l'arbre pour qu'il assure cette condition de rigidité.

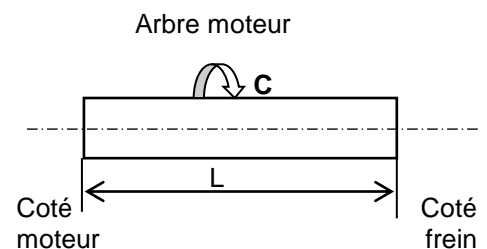
### EXERCICE N° 03

Un arbre moteur lié à son extrémité droite à un frein. Cet arbre est assimilé à une poutre cylindrique pleine en acier de résistance pratique au glissement  $R_{pg} = 180 \text{ N/mm}^2$  et de module de coulomb  $G = 80000 \text{ N/mm}^2$ .

L'arbre a un diamètre  $d = 16 \text{ mm}$  et une longueur  $L$ ,  $L = 250 \text{ mm}$ . Il transmet un couple  $C = 74 \text{ Nm}$  à une vitesse de rotation  $N = 750 \text{ trs/mn}$ .

A l'arrêt du moteur le couple de freinage est  $C = 74 \text{ Nm}$ .

- 1) Calculer le module de torsion de cet arbre ( $I_0/v$ ).
- 2) Calculer l'angle unitaire de torsion ( $\theta$ ).
- 3) Déduire l'angle de déformation maximal (déviation angulaire  $\alpha$ ) en degrés entre les deux sections extrêmes de l'arbre.
- 4) Calculer et représenter la répartition des contraintes tangentielles pour le diamètre de l'arbre (donnée).
- 5) Déduire graphiquement la valeur de la contrainte tangentielle en un point  $H$  situé à  $8 \text{ mm}$  du centre de la section (fibre neutre). Vérifier ce résultat par calcul.  
On donne l'échelle de représentation,  $(\tau) : 1 \text{ mm} \rightarrow 4 \text{ N/mm}^2$ .



# COMPORTEMENT D'UN SOLIDE DEFORMABLE

## EXERCICE N° 04

Un arbre assimilé à une poutre cylindrique pleine de section constante est en acier de diamètre  $d = 15 \text{ mm}$ . Cet arbre est soumis à l'action d'un couple de moment  $M_t = 30 \text{ Nm}$ .

Sachant que la contrainte tangentielle à la limite élastique  $\tau_e = \text{Reg} = 0.5 \text{ Re}$  et de coefficient de sécurité  $s = 5$ .

- 1) Calculer le module de torsion ( $I_o/v$ ).
- 2) Déterminer la limite d'élasticité à l'extension  $\text{Re}_{\text{mini}}$  qui assure la résistance de l'arbre à la torsion.
- 3) Choisir parmi les matériaux ci-dessous, celui ou ceux qui convient (ennent) pour cet arbre.

Matériau	16CrNi6	16MnCr5	C35	34Cr4	25CrMo4	C40
Re (N/mm <sup>2</sup> )	650	835	335	330	700	355
Choix						

## EXERCICE N° 05

Un arbre plein de section circulaire constante et de longueur  $L = 450 \text{ mm}$ , est sollicité à deux couples opposés d'intensité  $M_t = 120 \text{ Nm}$ . Cet arbre est en acier dont les caractéristiques mécaniques sont :

$\text{Reg} = \text{Re}/2$  avec  $\text{Re} = 390 \text{ N/mm}^2$

Le module de coulomb  $G = 80000 \text{ N/mm}^2$ .

On adopte un coefficient de sécurité  $s = 5$ .

- 1) Déterminer le diamètre  $d_{1\text{mini}}$  pour que l'arbre résiste en toute sécurité.
- 2) Calculer la valeur de l'angle unitaire de torsion ( $\theta$ ) en rad/mm. On prendra  $d = 30 \text{ mm}$ .
- 3) Calculer la valeur de l'angle de torsion ( $\alpha$ ) en degré entre les deux extrémités de l'arbre.
- 4) Calculer le diamètre  $d_{2\text{mini}}$  si on veut limiter sa déformation à  $1.5 \text{ }^\circ/\text{m}$ .
- 5) Choisir le diamètre minimal qui répond aux deux conditions (de résistance et de rigidité).

## EXERCICE N° 06

Un arbre plein de section circulaire constante et de longueur  $L = 100 \text{ mm}$ , est sollicité à la torsion simple, soumis à un couple de moment  $M_t = 40 \text{ Nm}$ . Cet arbre a un poids négligeable.

On donne:

Puissance  $P = 1407 \text{ watts}$  – Vitesse de rotation  $N = 1340 \text{ trs/mn}$ .

- 1) Calculer le diamètre  $d_{\text{mini}}$  de l'arbre si on adopte une contrainte pratique  $\tau_p = 70 \text{ N/mm}^2$ .
- 2) On donne le diamètre  $d = 12 \text{ mm}$ , calculer la contrainte tangentielle maximale et représenter la répartition des contraintes de torsion (on prend l'échelle ( $\tau$ ) :  $1 \text{ mm} \rightarrow 1 \text{ N/mm}^2$ ).
- 3) Calculer la déformation angulaire ( $\alpha$ ) en degré entre les sections extrêmes de l'arbre. On donne:  $d = 12 \text{ mm}$  et  $G = 8.10^4 \text{ N/mm}^2$ .

On change l'arbre plein par un arbre creux de diamètres  $D = 30 \text{ mm}$  et  $d = 24 \text{ mm}$ .

Cet arbre est soumis à un couple de moment  $M_t = 40 \text{ Nm}$ .

- 4) Calculer la contrainte tangentielle maximale dans une section droite de l'arbre et représenter la répartition des contraintes de torsion (on prend l'échelle ( $\tau$ ) :  $1 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \dots\dots\dots \text{ mm}$ ).
- 5) Indiquer pour chaque nuance de matériau du tableau ci-dessous la valeur de sa résistance pratique au glissement  $\text{Rpg}$ .

On donne :  $\text{Reg} = 0.6 \text{ Re}$  et  $s = 4$ . ( $s$  : coefficient de sécurité)

$\text{Re}$  : résistance élastique à l'extension –  $\text{Reg}$  : résistance élastique au glissement

	Nuances		
	C22	C55	S185
Re (N/mm <sup>2</sup> )	255	420	185
Rpg (N/mm <sup>2</sup> )			

Déduire toutes les nuances de matériau, qui garantissent la résistance de cet arbre.