

### **Exercice (Q.C.M) : Vrai- Faux**

- ❶ Le reste de la division euclidienne de 9999243 par 11 est 12.
- ❷ Si un nombre est divisible par 3 et par 9 alors il est divisible par 27.
- ❸ Si  $a + b$  est divisible par  $c$ ; alors  $a$  et  $b$  sont divisible par  $c$ .
- ❹ Si  $a$  et  $b$  sont divisible par  $c$  alors  $a + b$  est divisible par  $c$ .
- ❺ Si  $a$  et  $b$  deux entiers impairs alors  $a^2 + b^2$  est divisible par 4.
- ❻ Pour tout entiers naturel  $n$ ; PGCD  $(2n + 1; 3n + 2) = 1$
- ❼ L'égalité  $31 = 3 \times 9 + 4$  permet d'affirmer que :
  - a) 4 est le reste de la division euclidienne de 31 par 9.
  - b) 4 est le reste de la division euclidienne de 31 par 3.
- ❽ Le nombre de diviseurs d'un entier naturel non nul  $n$ 'est toujours pair.
- ❾ 2 est toujours un diviseur du produit de deux entiers consécutifs.

### **Exercice 1**

- a) Montrer que le produit de deux entiers consécutifs est divisible par 2.
- b) Montrer que si on retranche 1 du carré d'un entier naturel impair, on obtient un nombre divisible par 8.

### **Exercice 2 :**

La différence de deux entiers est 538. Si l'on divise l'un par l'autre, le quotient est 13 et le reste 22. Quels sont ces deux entiers ?

### **Exercice 3:**

Soit  $n$  un entier naturel supérieure à 1.

- ❶ Montrer que  $n(n^4 - 1)$  est un multiple de 5.
- ❷ Montrer que  $n^5 - n$  est divisible par 30.
- ❸ Montrer que si  $n$  est impair alors  $n^5 - n$  est divisible par 240.

### **Exercice 4:**

Soit  $a$  un entier naturel impair et supérieure ou égale à 3 et soit  $x = \frac{a^2 - 1}{2}$

- ❶ Montrer que le produit de deux entiers consécutifs est divisible par 2.
- ❷ Montrer que  $x$  est divisible par 4.
- ❸ Montrer que  $a$ ;  $x$  et  $(x + 1)$  sont les cotes d'un triangle rectangle.
- ❹ a) Si  $a = 85$ ; quel est le reste de la division euclidienne de  $x$  par 5, par 9 et par 11? Justifier.
- b) Si  $a = 87$ , quel est le reste de la division euclidienne de  $x$  par 2, par 3 et par 11? Justifier.

### **Exercice 5:**

Soit  $x$  un entier naturel.

- ❶ Développer  $(x - 1)(1 + x + x^2 + x^3)$
- ❷ a) On pose  $x = 2$ , montrer que  $x^{12} - 1$  est divisible par 7.  
b) Montrer que pour tout entier non nul  $n$ , on a ;  $2^{3n} - 1$  est divisible par 7.
- ❸ En déduire les restes de la division euclidienne par 7 des puissances de 2.
- ❹ Montrer que  $4^n - 1$  est divisible par 3.

### **Exercice 6**

Montrer que si  $n$  est pair, les nombres  $a = n(n^2 + 20)$  et  $b = n(n^2 - 20)$  sont divisibles par 8.

### **Exercice 7**

$a$  et  $b$  sont des entiers naturels.

- ❶ Montrer que  $a^5 - a$  est divisible par 10.
- ❷ Démontrer que si  $a^5 - b^5$  est divisible par 10 alors  $a^2 - b^2$  est divisible par 20.

### **Exercice 8:**

- ❶ Trouver les diviseurs de 175.
- ❷ Déterminer les entiers naturels  $n$  tels que  $\frac{175}{n+3}$  soit un entier naturel.
- ❸ Comment faut-il choisir  $n$  pour que  $\frac{2n+181}{n+3}$  soit un entier naturel ?

### **Exercice 9:**

- ❶ Soit l'entier  $n = x359y$ . Déterminer  $x$  et  $y$  pour que  $n$  soit divisible par 5 et 11 en même temps
- ❷ Soit l'entier  $N = 4a3b5$  Déterminer  $a$  et  $b$  pour que  $n$  soit divisible par 25 et 3 en même temps

### **Exercice 10:**

- ❶ Soit  $a$  et  $b$  deux entiers impairs .Montrer que  $a^2 + b^2$  est divisible par 2 et non par 4
- ❷ Soient  $a$  et  $b$  deux entiers impairs .Montrer que  $a^2 - 1$  est divisible par 8 et que  $(a+b)^2$  est divisible par 4