Exercice N°1 !

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1/ Calculer A^2 et en déduire que $A^2 - A = 2I_3$ avec I_3 est la matrice unité d'ordre 3.

2/ Sans calculer le déterminant de la matrice **A**, prouver que **A** est inversible.

3/ Déterminer La matrice inverse de **A**, qu'on notera A^{-1}.

4/ a- Calculer le déterminant de **A**.

b- En utilisant la méthode de Cramer résoudre le système suivant $\begin{cases} y + z = -1 \\ x + z = -2 \\ x + y = -3 \end{cases}$

Exercice 2 !

Soit f la fonction définie sur **R** par : $f(x) = x^3 + 3x - 1$

1) **a**/Etudier les variation de f

b/ En déduire que f réalise une bijection de **R** sur lui-même

2) Montrer que l'équation**(E) :** $x^3 + 3x - 1 = 0$ admet une seule solution α dans $[0,1]$ et que $0,3 < \alpha < 0,4$

Exercice 3 !

On considère le système **(S):** $\begin{cases} y + z = 5 \\ x + z = 4 \\ x + y = 3 \end{cases}$

1) Donner la matrice système M

2/ a/ Montrer que $M^2 - M - 2I = O$.

b/ En déduire que M est inversible et calculer M^{-1}

c/ Résoudre alors le système **(S)**

3/ Résoudre le système **(S)** en utilisant la méthode de **CRAMER**

Exercice N°4 !

Répondre par « Vrai « ou « Faux « , en justifiant la réponse à chacune

des affirmations suivantes :

1) **L'équation : $x^3 - 3x^2 - x - 1 = 0$, admet une solution dans $]0,1[$**

2) **Si $f(x) = \frac{1}{x}$ et $g(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$, alors : $\lim_{x\to+\infty} gof(x) = 0{,}5$**

3) **Si $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix} = 11\, I_2$, alors : $a = 1$**

4) **L'inverse de la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est $B = = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$**

Exercice N°5 !

On considére la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

1) **Calculer le déterminant de A puis déduire que la matrice A est inversible**
2)
   a) **Calculer la matrice $M = 2\, I_3 - A$**
   b) **Calculer $A \times M$**

c) En déduire la marice : A^{-1} inverse de A

3) On considére le systéme (S) : $\begin{cases} 2x + 2y + z = 5 \\ -x - y - z = -2 \\ 10\,x + 20y + 20\,z = 30 \end{cases}$

a) Déterminer l'écriture matricielle de (S)

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}^3$, le systéme (S)

Exercice N°6 !

1) Calculer les limites suivantes :

- $\lim_{x\to -\infty} \frac{3x-1}{x^2-3}$ b) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x^2-5x+6}$

2) Soit f(x) $= \frac{x\sin(x)}{x^2+1}$, avec x $\in [\,0\ ,\ +\infty\,[$

a) Montrer que : $\frac{-x}{x^2+1} \leq f(x) \leq \frac{x}{x^2+1}$

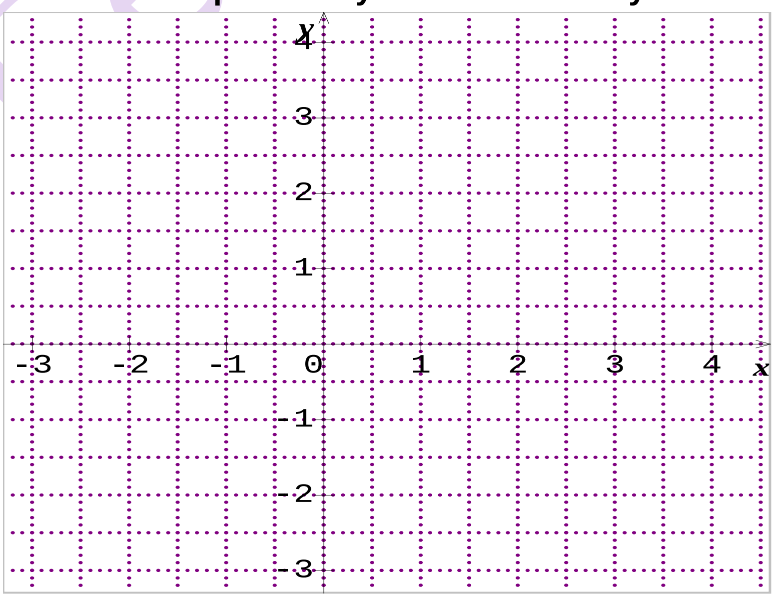
a) En déduire $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ puis interpreter graphiquement le resultat obtenue

Exercice N°7 !

La figure ci – contre est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$

Sachant que :

- la courbe (C) passe par A (0, - 1) , B (1 , 0) et C (- 1 , 1)
- L'axe (O , $\vec{j}$) est une branche parabolique au voisinage $+\infty$
- La droite d'équation : y = 2 est une asymtote au voisinage $-\infty$



1) Par lecture graphique , déterminer :

a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$

b) f ( ] - ∞ , O])

c) Montrer que l' équation : f (x) = 0 , admet une unique solution α

dans l'intervalle] - 1 , 0 [

d) En déduire le signe de f (x)

2) on considére la fonction g définie sur $\mathbb{R}$, par :

$$g(x) = \begin{cases} fof(x) & , \text{si } x \geq 1 \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1} & , \text{si } x < 1 \end{cases}$$

a) Déterminer g (1)

b) Etudier alors la continuité de g en 1