

Exercice n°1: ( points)

Lors d'une enquête réalisée par l'infirmière auprès d'élèves de classes de terminale, on apprend que 60 % des élèves sont des filles .De plus 20% des filles et 30% des garçons fument.

1). On choisie un élève au hasard. On note A l'événement <l'élève choisi fume > et F l'événement <l'élève choisi est une fille> et  $p(A)$  la probabilité de A

Quelle est la probabilité que :

- a). Cet élève soit un garçon?  
b) Cet élève soit une fille qui fume ? c). Cet élève soit un garçon qui fume ?

2). Montrer que  $p(A)=0,24$

3). L'enquête permet de savoir que :

Parmi les élèves fumeurs, la moitié ont des parents qui fument ;

Parmi les élèves non fumeurs, la moitié ont des parents non fumeurs. On note B l'événement <l'élève choisi a des parents fumeurs >

a). Calculer les probabilités des événements suivant :

C : < l'élève choisi est fumeur et ses parents sont des fumeurs >

D : < l'élève choisi n'est pas un fumeur et ses parents sont des fumeurs >

b). Calculer  $p(B)$ .

4). a). Calculer la probabilité qu'un élève fume sachant qu'il a des parents fumeurs.

b) Calculer la probabilité qu'un élève fume sachant qu'il a des parents non fumeurs.

Exercice n°2: ( points)

1). On considère la fonction g définie sur IR par  $g(x) = xe^{-x}$

a) Dresser le tableau de variation de g sur IR

b) Tracer  $C_g$ , la courbe de g, dans un repère orthonormé  $(o \vec{i}; \vec{j})$ .

c). Calculer A l'aire de la partie du plan limitée par les droites d'équations :  $x = 0$  ;  $x = 1$  ;  $y = 0$  et la courbe  $C_g$ .

2). on considère la fonction f définie par :  $f(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$

3). Démontrer que  $e^x \neq x \forall x \in \mathbb{R}$

b). Montrer que f est définie et dérivable sur IR

c). Dresser le tableau de variation de f sur IR

d). Tracer  $C_f$ , la courbe de f, dans un repère orthonormé  $(o \vec{i}; \vec{j})$ .

Exercice n°3 : ( points)

I) soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 2 + (1-x)e^x$

1) Dresser le tableau de variation de  $g$

2) a/ Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une unique solution  $\alpha$  et que  $1.4 < \alpha < 1.5$

b/ Déduire les signes de  $g(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

II) soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{x}{2+e^x}$  et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité : 4 cm)

1) a/ Montrer que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et que pour tout  $x \in \mathbb{R}$  on a  $f'(x) = \frac{g(x)}{(2+e^x)^2}$

b/ vérifier  $f(\alpha) = \frac{\alpha-1}{2}$  et dresser le tableau de variation de  $f$ .

2) a/ Montrer que la droite  $D : y = \frac{1}{2}x$  est une asymptote à  $(C_f)$  au voisinage de  $(-\infty)$

b/ Préciser les positions relatives de  $(C_f)$  et  $D$ .

c/ Tracer alors la droite  $D$  et la courbe  $(C_f)$ . (on prend  $\alpha = 1.5$ )

3) Soit  $A_\alpha = \int_0^\alpha f(x) dx$

a/ Interpréter graphiquement la valeur de  $A_\alpha$

b/ Vérifier que pour tout  $x \in [0, \alpha]$  on a :  $3 \leq 2+e^x \leq 2+e^\alpha$

c/ en déduire que  $\frac{\alpha(\alpha-1)}{4} \leq A_\alpha \leq \frac{\alpha^2}{6}$ .

Exercice n°4 : ( points)

L'espace est munie d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points :  $A(2,1,0)$ ,  $B(2,-1,-2)$  et  $C(0,1,-2)$

1) a/ Calculer  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ .

b/ Déduire que les points  $A, B$  et  $C$  Déterminent un plan  $P$  dont une équation cartésienne est  $P : x + y - z - 3 = 0$ .

2) Soit  $(S)$  l'ensemble des points  $M(x,y,z)$  de l'espace tel que :

$$S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$$

a/ Montrer que  $S$  une sphère dont on précisera le centre  $I$  et la rayon  $R$

b/ Montrer que  $S$  et  $P$  se coupent suivant le cercle  $C$  circonscrit au triangle  $ABC$

c/ Montrer que le triangle  $ABC$  est équilatéral.

3) Soit  $\Delta$  la droite passant par  $I$  et perpendiculaire au plan  $P$ .

a/ Montrer qu'un système paramétrique de  $\Delta$  est 
$$\begin{cases} x = 2 + \alpha \\ y = 1 + \alpha \\ z = -2 - \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

b/ Déterminer les coordonnées du point d'intersection  $G$  du plan  $P$  et la droite  $\Delta$

c/ Vérifier que  $G$  est le centre de gravité du triangle  $ABC$

d/ en déduire le centre et le rayon du cercle  $C$

4) soit le plan  $Q : x + 2y - 2z - 2 = 0$

a/ Montrer que  $Q$  et  $S$  sont tangents en un point  $H$  dont on déterminera ses coordonnées

b/ déterminer une équation cartésienne du plan  $Q'$  parallèle à  $Q$  et tangent à  $S$