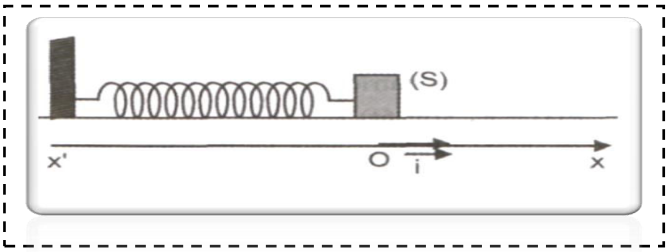
Physique : Thème : Les Oscillations Mécaniques Forcées

Exercice n°1 : Un pendule élastique horizontal est formé par un solide de masse m=0,1 Kg lié à un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K=25,6N.m^{-1}. Le pendule est soumis à une force excitatrice $\vec{F}$ horizontale de valeur algébrique $F = 3\sin(\omega t)$ et une force de frottement $\vec{f} = -h.\vec{v}$ avec h=1,4kg.s^{-1}. La réponse est de la forme : $x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi)$.



1°) Pour une pulsation $\omega = 20 rad.s^{-1}$, le solide (S) prend un mouvement sinusoïdal d'amplitude X_m.

a°) Etablir l'équation différentielle de l'oscillateur avec la variable x.

b°) Calculer la pulsation propre de l'oscillateur.

c°) Construire son diagramme de Fresnel.

d°) En déduire la valeur de X_m et exprimer $tg(\varphi_x - \varphi_F)$.

2°) Pour une pulsation ω_1 de l'excitateur, Xm prend sa valeur maximale X_1.

a°) Préciser l'état d'oscillation du pendule élastique.

b°) Calculer ω_1 et X_1.

3°) On fixe ω=16rad.s^{-1}.

a°) Montrer que le pendule élastique est en état de résonance de vitesse.

b°) Etablir l'expression de la vitesse instantanée du (S).

c°) Représenter sur le même graphique les fonctions F(t) et f(t).

d°) Montrer que l'énergie mécanique du système est constante, calculer sa valeur.

Exercice n°2 : Un pendule élastique horizontal est formé par un solide de masse m=0,2Kg lié à un ressort à spires non jointives de masse m négligeable et de raideur K=45N.m^{-1}. Le pendule est soumis à une force excitatrice $\vec{F} = 1{,}2\sin(\omega t)\vec{i}$ et une force de frottement $\vec{f} = -0{,}75\vec{v}$. ($\vec{v}$ étant la vitesse instantanée de(S)). L 'abscisse du solide (S) dans le repere (O, $\vec{i}$) est $x = X_m \sin(\omega t + \varphi_x)$.

1°) Etablir l'équation différentielle de l'oscillateur relative à x.

2°) Représenter le diagramme de Fresnel et en déduire les expressions de Xm et de $tg\Delta\varphi$.

3°) En modifiant ω, on constate que l'amplitude Xm passe par une valeur maximale pour une pulsation ω_1.

a°) Préciser l'état d'oscillation du système .

b°) Etablir l' expression de la pulsation à la résonance ω_r en fonction de N_0 ,h et m.

c°) En déduire l'expression de la fréquence à la résonance N_r en fonction de N_0 ,h et m.

d°) Calculer ω_1. et N_r.

e°) Montrer que (Xm)r s'écrit sous la forme : $(X_m)_r = \dfrac{F_m}{h\sqrt{\omega_0^2 - h^2/4m^2}}$ .Calculer sa valeur.

4°) Représenter l'allure de la courbe de résonance d'amplitude dans chacun des cas suivants :

* h faible. * h important * Que se passe –t-ilsi h = 0?

Exercice n°3 : Un oscillateur est formé d'un solide (S) supposé ponctuel de masse m=0,1Kg accroché à un ressort horizontal de constante de raideur K= 40n.m^{-1}.Le solide (S) est soumis à une force excitatrice horizontale $\vec{F} = 4\sin(\omega t)\vec{i}$ avec $\vec{i}$ dirige suivant le mouvement de(S).On considère le repère (O,$\vec{i}$) avec O position d'équilibre de (S). Au cours de son mouvement ,(S) est soumis à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -1{,}2\vec{v}$.

1°) Etablir l'équation différentielle de l'oscillateur relative à x.

2°) La solution de cette équation différentielle est : $x = X_m \sin(\omega t + \varphi_x)$

a°) Représenter le diagramme de Fresnel pour ω=10rad.s^{-1}

b°) En déduire les expressions de Xm et de $tg(\varphi_x - \varphi_F)$.

3°) a°) Etablir l'expression de la pulsation ω_r pour laquelle l'amplitude Xm prend sa valeur maximale en fonction de K, m et h. Calculer ω_r et la valeur de Xm correspondante.

b°) En déduire la valeur limite de h pour laquelle il n'y a pas résonance d'amplitude.

4°) Pour ω=20rad.s^{-1} .

a°) Etablir l'expression de la vitesse instantanée du solide (S).

b°) Déterminer le déphasage entre la force excitatrice et la vitesse .Que peut-on dire de l' état de l'oscillateur ?

c°) Calculer la puissance moyenne dissipée par l'oscillateur.

Exercice n°4 : Un solide (S) de masse m= 0,2 Kg est accroché à un ressort horizontal de raideur K= 30 N.m^{-1}.Il est soumis à une force de frottement $\vec{f} = -h.\vec{v}$ et une force excitatrice $F = F_m \sin(\omega t + \varphi_F)$ de pulsation ω variable.

1°) Etablir l'équation différentielle du mouvement relative à l'élongation x dont la solution est $x = X_m \sin(\omega t + \varphi_x)$.

2°) Les courbes x(t) et F(t) sont données par le graphe ci dessous.

a°) Laquelle des deux courbes représente x(t) ?

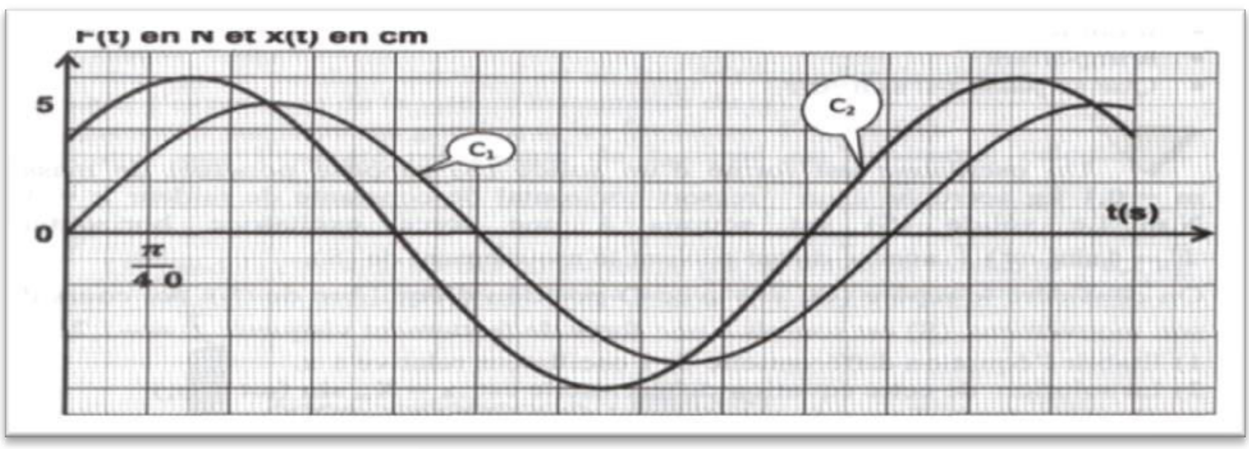
b°) Déterminer la pulsation ω ,le déphasage de F par rapport à x : $\Delta\varphi = \varphi_F - \varphi_x$.

c°) Ecrire l'équation horaire x(t) du mouvement du solide .

3°) a°) Faire la construction de Fresnel correspondante.

b°) En déduire les valeurs de Fm et h.

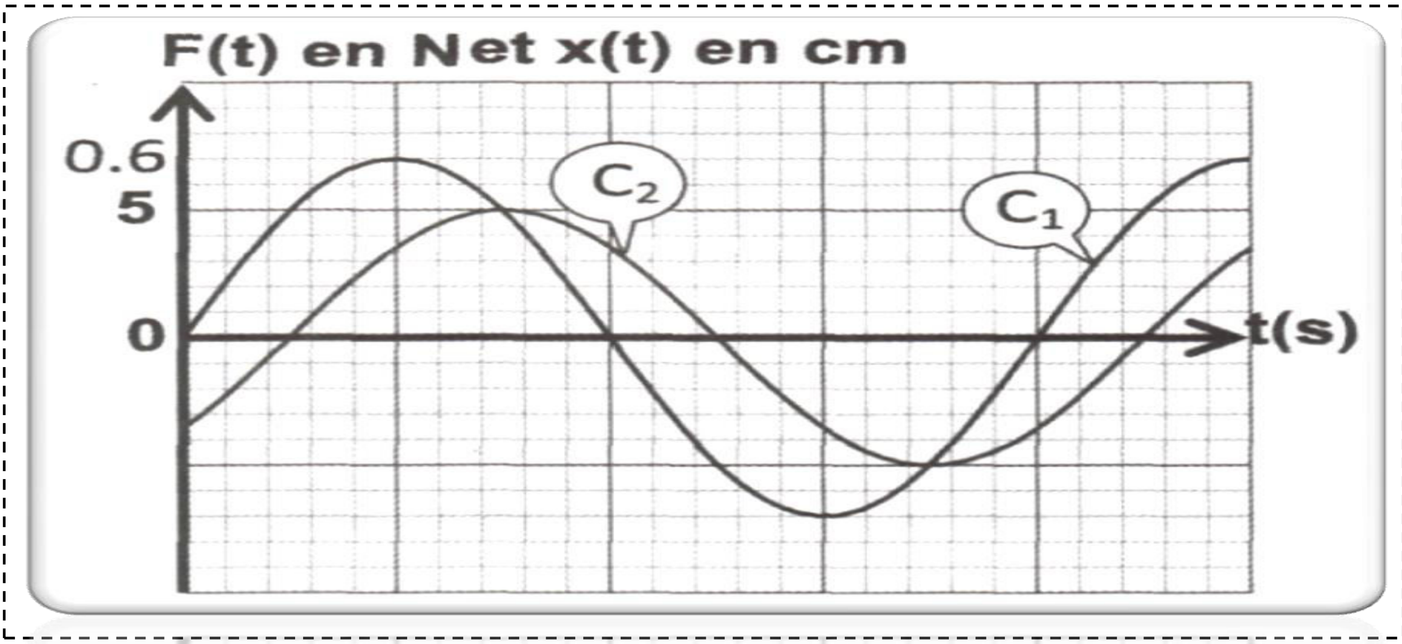
c°) Ecrire l'expression de F(t).



Exercice n°5 :

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort de raideur K lié à un solide (S) de masse m=50g. Au cours des oscillations (S) est soumis à une force de frottement visqueux de la forme $\vec{f} = -h.\vec{v}$ ou h est une constante positive et $\vec{v}$ le vecteur vitesse de (S) , et à une force excitatrice $\vec{F}(t) = F_m \sin(6t).\vec{i}$

Un dispositif approprié permet d' enregistrer les courbes de la figure ci contre représentant F(t) et x(t).



1°) Préciser le rôle joué par l'excitateur.

2°) a°) Identifier chacune des deux courbes. Déterminer les expressions de x(t) et F(t).

b°) En déduire l'expression de v(t).

3°) a°) Etablir l'équation différentielle en v, de l'oscillateur.

b°) Faire la construction de Fresnel , et en déduire les valeurs de h et K.

c°) Exprimer la rapport $\frac{F_m}{V_m}$ en fonction de h, K et m. Déduire l'expression de son analogie électrique et on donnera la signification physique.

4°) On agit sur la pulsation ω , tout en gardant Fm constante , de manière à rendre F(t) en quadrature avance de phase sur x(t).

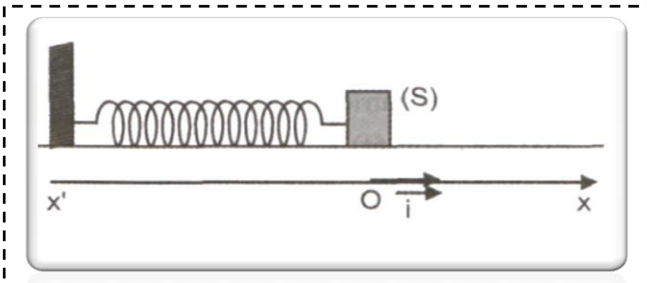
a°) Montrer que l'oscillateur est le siège d'une résonance de vitesse.

b°) Calculer la valeur de ω.

C°) Exprimer , puis calculer la puissance mécanique moyenne consommée par l'oscillateur .Que peut-on conclure ?

d°) Faut-il augmenter ou diminuer ω pour avoir la résonance d'élongation ?

Exercice n°6 :



Un oscillateur mécanique est constitué d'un solide de masse m= 0,1Kg , attaché à l'extrémité d'un ressort (R) horizontal, à spires non jointives de masse négligeable et de raideur k=40N.m^{-1}.a l'équilibre , le centre d'inertie G de (S) coïncide avec l'origine O du repère (O,$\vec{i}$).

Le solide (S) est soumis à une force de frottement visqueux $\vec{f}$ portée par l'axe (x'x) , opposée au mouvement de (S) et telle que $\vec{f} = -h.\vec{v}$, ou h est une constante positive et $\vec{v}$ est le vecteur vitesse instantanée du centre d'inertie G . Les oscillations de (S) sont imposées à l' aide d'une force excitatrice $\vec{F} = F_m \sin \omega t \vec{i}$.

1°) Etablir l'équation différentielle de l'oscillateur relative à x.

2°) La solution de cette équation différentielle est de la forme x=Xm sin($\omega t + \varphi$) .

a°) Faire la construction de Fresnel et en déduire les expressions de Xm et de φ.

b°) En déduire l'expression de la vitesse maximale Vm du centre d'inertie du solide .

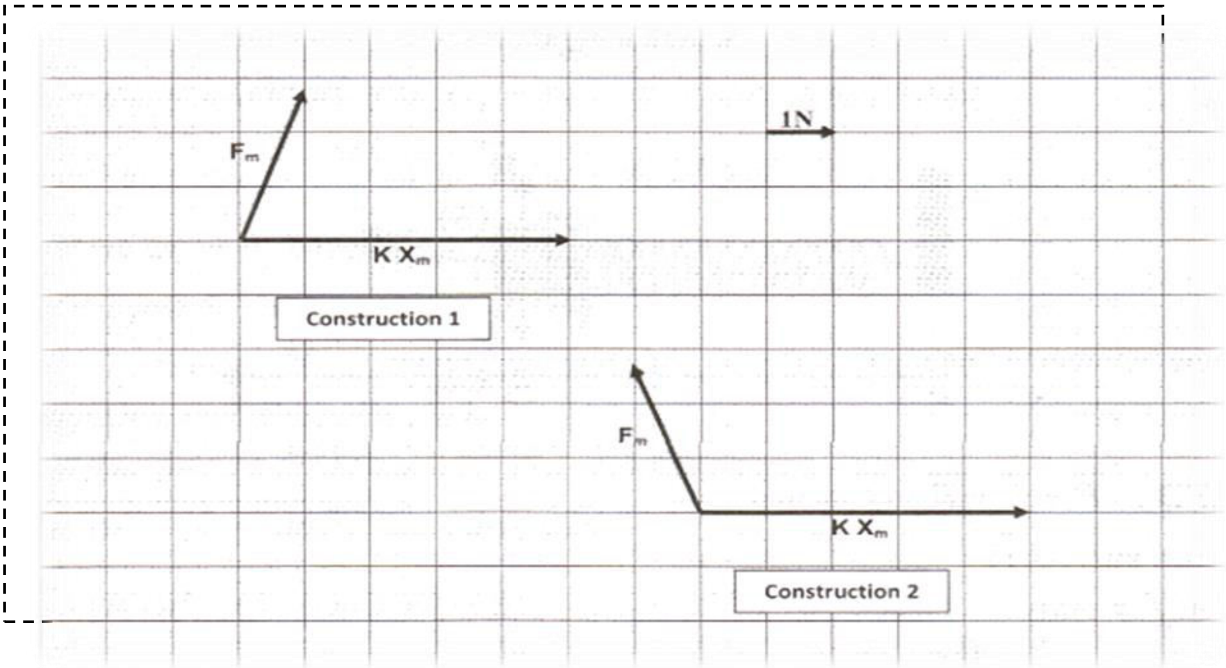
3°) Pour une pulsation $\omega = \omega_1$, on constate que Xm prend sa valeur la plus élevée.

a°) Préciser l 'état de l'oscillateur.

b°) Etablir l'expression de ω_1 en fonction de ω_0 , h et m.

c°) En déduire l'expression de Xm en fonction de Fm , ω_0 , h et m.

4°) On donne pour $\omega = \omega_1$ deux constructions de Fresnel incomplètes.



a°) Laquelle des deux constructions de Fresnel est celle qui traduit les oscillations de (S).

b°) Compléter la construction de Fresnel correspondante et en déduire les valeurs de Fm, Xm , ω_1 ,h et φ.

5°) a°)Tracer l'allure des variations de l'amplitude Xm en fonction de la pulsation ω on noetera la position de la pulsation ω_1 par rapport à la pulsation propre ω_0 .

b°) Quel est l'effet d'une augmentation de l' amortissement sur l'allure de cette courbe ?

6°) En faisant l'analogie mécanique –électrique.

a°) Faire la construction de Fresnel relative au circuit électrique pour $\omega = \omega_1$, en précisant si le circuit équivalent est inductif , capacitif ou résistif.

b°) Le circuit est en état de résonance .De quelle résonance s'agit –il ?

c°)Donner l'expression de la charge maximal Qm du condensateur en fonction de R,L,C , ω et Um, puis en fonction de Um,R ,L et ω_0 .