Prof :B.Anis **L.S.ElKsour**	**Devoir de contrôle n°3** **Durée :3h**	**Niveau :4ème sc-exp** **A.S :2018-2019**

Exercice n°1(2pts)

Répondre par vrai ou faux (aucune justification n'est demandé)

1)Soit X la variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$

Si $P(X > 10) = 0.1$ alors $\lambda = \frac{ln10}{10}$.

2)Dans une expérience aléatoire ,la probabilité d'un évènement A est 0.4

On répète 10 fois de suite la même expérience aléatoire de façons indépendantes .La probabilité que A soit réalisé au moins 9 fois est :
$1-(0.4)^{10}$.

3)Soit F la fonction définie sur [0 ;+∞[par F(x)=$\int_1^{\sqrt{1+x^2}}(1+t)dt$ est dérivable sur [0,+∞[et F ' (x)=1+$\sqrt{1+x^2}$ $\forall\, x \in$ [0,+∞[.

4)La fonction x→ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ est strictement croissante sur IR.

Exercice n°2(3pts)

Dans une entreprise il ya 20 employés réparties dans deux départements selon le tableau suivant

	Département technique	Département administratif
Femmes	3	5
Hommes	10	2

1)Le directeur de l'entreprise veut offrir un cadeau à l'un des employés ;pour cela il choisit au hasard un employé de cette entreprise .

On considère le évènements suivants :

F « l'employé choisi est une femme »

T « l'employé choisi est du département technique »

a)Calculer les probabilités suivants

$P(F/T)$; $P(F/\overline{T})$;$P(F\cap T)$ et $P(F)$.

b)Sachant l'employé choisi est un homme, quelle est la probabilité qu'il soit du département technique.

2)Dans une autre occasion le directeur de l'entreprise choisi au hasard et simultanément deux employés du département technique .

On désigne par X la variable aléatoire prenant comme valeur le nombre de femmes choisies.

Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X ainsi que son espérance mathématique et son écart-type.

<u>Exercice n°3(6,5)</u>

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=x+1-\frac{2}{1+e^{2x}}$.

On désigne par (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé

$(O ;\vec{i};\vec{j})$

1)Montrer que f est une fonction impaire.

2)Dresser le tableau de variation de f.

3)a)Montrer que la droite D:y=x+1 est une asymptote à (C)

b)Donner une équation de la tangente T à (C) au point O.

c)Tracer (C) ; D et T.

4)Soit n un entier naturel non nul ,on considère A_n l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations respectives y=x+1 ; x=0

et x=ln(n).

a)Vérifier que $\frac{2}{1+e^{2x}}=\frac{2e^{-2x}}{1+e^{-2x}} \quad \forall x \in IR.$

b)En déduire que $A_n=\ln(\frac{2n^2}{1+n^2})$.puis calculer $\lim_{n\to+\infty} A_n$.

5)Soit $g(x)=\ln(\frac{2x^2}{1+x^2})$ $\forall x \in IR^*$.

a)Montrer que g est dérivable sur IR^* et calculer g '(x).

b)Dresser le tableau de variation de g.

Exercice n°4(3,5)

Soit (I_n) la suite définie sur IN par $I_n = \int_1^e x^n \ln(x)\, dx \ \forall\, n \ \in IN$.

1)Calculer I_0 et I_1.

2)Montrer que (I_n) est croissante.

3)Montrer que $0 \leq I_n \leq \frac{e^{n+1}-1}{n+1} \quad \forall n \in IN$

Exercice n°5(5pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$,on considère les points A(2 ;0 ;3) , B(3 ;2 ;0) , C(2 ; 3 ;0) et D(2 ;2 ;3)

1)Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P.

2)Déterminer une équation cartésienne de P.

3)a)Montrer que les points A , B ,C et D ne sont pas coplanaires.

b)Déterminer le volume du tétraèdre ABCD.

4)Soit S l'ensemble des points M(x,y,z) de l'espace tel que :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 3 = 0$$

a)Montrer que S est une sphère dont on déterminera les coordonnées de son centre I et son rayon.

b)Montrer que A , B et C appartiennent à S.

c)Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC ainsi que son rayon.

Bon travail